ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ

Қ.И. Сәтбаев атындағы Қазақ ұлттық техникалық зерттеу университеті

Автоматика және ақпараттық технологиялар институты

«Автоматтандыру және басқару» кафедрасы

5В070200 - Автоматтандыру және басқару

Алпысбайқызы Жанерке

«MatLab қолданып үш айналу қимыл дәрежесі бар манипуляторлы роботтын қозғалуын визуалды модельдеу және математикалық жазу»

Дипломдық жобаға

ТҮСІНІКТЕМЕЛІК ЖАЗБА

5В070200 – «Автоматтандыру және басқару» мамандығы

Алматы 2022

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ

Қ.И. Сәтбаев атындағы Қазақ ұлттық техникалық зерттеу университеті

Автоматика және ақпараттық технологиялар институты

«Автоматтандыру және басқару» кафедрасы

5В070200 - Автоматтандыру және басқару

ҚОРҒАУҒА РҰҚСАТ
Кафедра меңгерушісі
Физ-мат. ғыл.канд.
Қауымдастырылған профессор
_____Н.У. Алдияров
«10» 05 2022 ж.

«MatLab қолданып үш айналу қимыл дәрежесі бар манипуляторлы роботтын қозғалуын визуалды модельдеу және математикалық жазу» тақырыбына

ДИПЛОМДЫҚ ЖҰМЫС

5В070200 – «Автоматтандыру және басқару» мамандығы

Орындаған: Алпысбайқызы Ж.

Пікір беруші
Ғ.Даукеев атындағы АЭжБ университеті,
АжБ кафедрасының доценті,
PhD доктор
_____Бәзіл Г.Д.
«06» 05 2022 ж.

Ғылыми жетекші
техника ғылымдарының кандидаты, доцент,
қауымдастырылған профессор
_____Бейсембаев А.А.
«05» 05 2022 ж.

Алматы 2022

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ

Қ.И. Сәтбаев атындағы Қазақ ұлттық техникалық зерттеу университеті

Автоматика және ақпараттық технологиялар институты

«Автоматтандыру және басқару» кафедрасы

5В070200 - Автоматтандыру және басқару

БЕКІТЕМІН
Кафедра меңгерушісі
Физ-мат.ғыл.канд.
Қауымдастырылған профессор
_____Н.У.Алдияров
«_4_» ___05___2022 ж.

Дипломдық жобаны дайындауға
ТАПСЫРМА

Білім алушы Алпысбайқызы Жанерке
Жобаның тақырыбы: «MatLab қолданып үш айналу қимыл дәрежесі бар манипуляторлы роботтын қозғалуын визуалды модельдеу және математикалық жазу.»
Университет ректорының бұйрығымен бекітілген № «489-П/Ө»
"24" желтоқсан 2021ж.
Орындалған жұмыстың өткізу мерзім «11 » мамыр 2022 ж.
Дипломдық жұмыстың бастапқы мәліметтері: дипломалды практикасындағы жиналған мәліметтер.
- Роботтар мен манипуляторлар теориясының негіздері;
- Үш айналу қимыл дәрежесі бар манипуляторлы робот;
- Деневит – Хартенбергтің көрінісі.
Ұсынылған негізгі әдебиеттер тізімі:
[1] К.Фу,Р.Гонсалес,К.Ли Робототехника: Пер.с англ.-М.:Мир-1989.-624б.
[2] Қ.Ж.Тлеубердин Қолданбалы механика: Оқу құралы. 2-басылым.Семей,2012-192 б.
[3] А.Г.Лесков, И.В.Бажинова, Е.В.Селиверстова Кинематика и динамика исполнительных механизмов манипуляционных роботов: учеб.пособие, 2017

Дипломдық жобаны даярлау

КЕСТЕСІ

Бөлім атаулары, дайындалатын сұрақтардың тізімі	Ғылыми жетекшіге, кеңесшілерге өткізу мерзімі	Ескерту
Технологиялық бөлім	20.01.22 – 17.02.22.	
Негізгі бөлім	17.02.22. – 30.03.22	

Аяқталған дипломдық жобаның және оларға
қатысты диплом жобасы бөлімдерінің кеңесшілері мен нормалық
бақылаушының қолтаңбалары

Бөлімдердің атауы	Ғылыми жетекші, кеңесшілер (аты-жөні, тегі, ғылыми дәрежесі, атағы)	Қолтаңба қойылған мерзімі	Қолы
Технологиялық бөлім	Бейсембаев А.А. т.ғ.к., доцент, қауымдастырылған профессор	27.04.2022	
Негізгі бөлім	Бейсембаев А.А. т.ғ.к., доцент, қауымдастырылған профессор	5.05.2022	
Нормалық бақылаушы	Н.С.Сарсенбаев техн.ғыл.конд., Ассистент-профессор	6.05.2022	

Ғылыми жетекшісі _____ Бейсембаев А.А.

Тапсырманы орындауға қабылдаған білім алушы _____ Алпысбайқызы Ж.

Күні «24» желтоқсан 2021 ж.

АҢДАТПА

Аталған жұмыстың басты мақсаты болып, үш айналу қимыл дәрежесі бар манипулятордың қозғалуын MatLab, SimMultibody кітапханасын қолданып визуалды модельдеу және есептеу. Осы есепті шығару үшін айтылған роботтын математикалық жазылуы қарастырылды. Нәтижесінде ол роботтын қозғалыс дәлдігін арттыруға мүмкіндік береді. Бұл дипломдық жұмыста манипуляторлы роботтын кинематикасы мен динамикасының ерекшеліктері зерттелді және математикалық моделі құрылды.

Дипломдық жұмыс тақырыбы бойынша Деневит – Хартенберг әдісі бойынша матрица есептелініп, манипулятордың визуалды моделі MatLab, SimMultibody ортасында құрылды және модельделінді.

АННОТАЦИЯ

Основной целью данной работы является визуальное моделирование и расчет движения манипулятора с тремя степенями поворота с использованием библиотеки MatLab, SimMultibody. Для решения этой задачи была рассмотрена математическая запись робота. В результате это позволяет повысить точность движений робота. В данной дипломной работе были изучены особенности кинематики и динамики робота-манипулятора и разработана математическая модель.

Матрица по теме дипломной работы рассчитана по методу Деневита - Хартенберга, создана и смоделирована визуальная модель манипулятора в среде MatLab, SimMultibody.

ANNOTATION

The main goal of this work is visual modeling and calculation of the movement of a manipulator with three degrees of rotation using the MatLab library, SimMultibody. To solve this problem, the mathematical notation of the robot was considered. As a result, this improves the accuracy of the robot's movements. In this thesis, the features of the kinematics and dynamics of the robotic arm were studied and a mathematical model was developed.

The matrix on the topic of the thesis was calculated using the Denevite-Hartenberg method, a visual model of the manipulator was created and modeled in the MatLab, SimMultibody environment.

МАЗМҰНЫ

	Кіріспе	
1	Роботтар мен манипуляторлар теориясының негіздері	11
	1.1 Роботтық манипуляторлар және олардың адам өмірінде қолданылуы мен пайдасы	12
	1.2 Робот манипуляторлардың түрлері	13
	1.3 Өнеркәсіптік роботтардың кинематикалық сипаттамасы	14
	1.4 Матрицаларды еркін осьтің айналасында айналдыру арқылы түрлендіру	18
	1.5 Эйлер бұрыштарының үш жүйесі	20
	1.6 Біртекті координаттар және түрлендіру матрицалары	24
2	Үш айналу қимыл дәрежесі бар манипуляторлы робот	28
	2.1 Үш айналу қимыл дәрежесі бар манипуляторлы роботтың математикалық есебі	28
	2.2 Симмеханика және модельдеу	30
	2.3 Simulink-те SimMultibody SimMechanics блоктары	31
	2.4 Манипулятордың кері кинематикасы	37
3	Деневит – Хартенбергтің көрінісі	40
	3.1 Элементарлы буындардың түрлері	40
	3.2 Консистенциялы координаталар жүйесінің тізбегін құру процедурасының сипаттамасы	43
	3.3 Деневит Хартенберг түрлендіру матрицасы	44
	3.4 Координаталық түрлендіру матрицалары	46
	3.5 Эйлер бұрыштары арқылы бағдарлауды сипаттау	47
Қорытынды		51
Пайдаланған әдебиеттер тізімі		52

КІРІСПЕ

Жобаның мақсаты. Манипуляторлы роботтын кинематика есептерін шығару. Үш айналу қимыл дәрежесі бар манипулятордың қозғалуын MatLab, SimMultibody кітапханасын қолданып визуалды модельдеу. Осы есепті шығару үшін айтылған роботтын математикалық жазылуы қарастырылды. Нәтижесінде роботтын қозғалыс дәлдігін арттыруға мүмкіндік береді.

Тақырыптың өзектілігі. Роботтық манипулятор адам қолының жұмысын атқаруға арналған техникалық құрылғы. Манипулятордың механизмі бірнеше қозғалыс дәрежесінен, тұйықталмаған кинематикалық тізбектен, иінді механизімнен құралады. Манипулятор қолмен және автоматты басқарылатын болып екі түрге бөлінеді. Қолмен басқарылатын манипуляторлардың буындары қосымша механизмдер арқылы адамның көмегін қажет етеді. Автоматты түрде басқарылатын манипуляторлар буындарына алдын ала жасалынған қозғалыс программалары бойынша жұмыс атқаратын жетектерден беріледі. Автоматты түрде басқарылатын манипуляторды робот деп атайды.

Жоба тапсырмасы мен міндеті. Бұл зерттеудің бірінші және негізгі міндеті – үш айналу қимыл дәрежесі бар манипулятордың қозғалуын MatLab, SimMultibody кітапханасын қолданып визуалды модельдеу.

Жоба жоспары. Бірінші бөлімде, манипуляторлы роботтардың өнеркәсіпте пайдаланылуы және кинематиканың оған тікелей байланысы айтылды. Манипулятордың түйіспелері абсолютті анықтамалық жүйеге қатысты айналуы және қозғалуы мүмкін болғандықтан, әрбір буын үшін осьтері қосылыстар осіне параллель болатын координаталар жүйесі көрсетіледі. Кинематиканың тікелей міндеті абсолютті және байланысқан координаталар жүйелері арасындағы байланысты орнататын түрлендіру матрицасын анықтау. Манипуляциялық роботтың берілген кинематикалық құрылымына сәйкес мыналар қажет:

1) Біртекті координаталар көмегімен манипулятордың кинематикасының сипаттамасын қарастыру;

2) Элементар айналымдардың біртекті матрицаларын пайдаланып манипулятордың кинематикасын сипаттау әдістерін қарастыру.

Робот манипулятордың адам өмірін жеңілдетуі және пайдасы туралы айтылды. Көптеген кәсіпорындардағы операциялық шығындарды азайту қажеттілігі әлемдік робототехника нарығында сұранысқа ие болып табылады. Өндіріс процесінде кететін қателіктер, шикізаттың жоғалуы және жазатайым жайттардың санын азайту, кәсіпорынның технологиялық икемділігін және өнімділігін арттыру, еңбек жағдайлары мен қызметкерлердің қауіпсіздігін жақсарту арқылы шығындарды үнемдеуге болады. Тіпті қауіпті жағдайларда да күрделі тапсырмаларды жоғары дәлдікпен орындау қабілетіне байланысты көптеген салаларда қолданылатын роботтар бұл істе барлығына көмектеседі.

Екінші бөлімде, үш айналу қимыл дәрежесі бар манипуляторлы роботтың қозғалуын визуалды модельдеу және математикалық жазу қарастырылды. Ең алдымен манипуляторға кинематикалық параметрлер берілді және сол

параметрлерді пайдалана отырып матрицалар алынды. Алынған матрицаларды бір-біріне көбейтіп, кинематикасы табылды. Шыққан мәндерді пайдалана отырып, MatLab қолданып үш айналу қимыл дәрежесі бар манипуляторлы роботтың қозғалуы визуальды модельделінді және математикалық мәні табылды.

Үшінші бөлімде, Деневит пен Хартенберг көрінісі сипатталды. Көршілес буындар арасындағы айналмалы және трансляциялық байланыстарды сипаттау үшін Денавит пен Хартенберг кинематикалық тізбектің әрбір буынымен байланысты координаталық жүйелерді тұрғызу үшін матрицалық әдісі ұсынылады.

Роботтық манипуляторларды қолдануға болатын барлық салаларды тізімдеп шығу мүмкін емес. Бірақ қазіргі уақытта бір нәрсені сенімді түрде айтуға болады: біздің өмірімізде робот манипуляторларды пайдалану мүмкін болмайтын салалар жоқ.

1 Роботтар мен манипуляторлар теориясының негіздері

Манипулятор деп – адам қолының жұмысын атқаруға арналған техникалық құрылғыны айтады. Манипулятордың механизмі бірнеше қозғалыс дәрежесінен, тұйықталмаған кинематикалық тізбектен, иінді механизімнен құралады.

Манипулятор қолмен және автоматты басқарылатын болып екі түрге бөлінеді. Қолмен басқарылатын манипуляторлардың буындары қосымша механизмдер арқылы адамның көмегін қажет етеді.

Автоматты түрде басқарылатын манипуляторлар буындарына алдын ала жасалынған қозғалыс программалары бойынша жұмыс атқаратын жетектерден беріледі. Автоматты түрде басқарылатын манипуляторды робот деп атайды.

Өнеркәсіптік робот-манипулятор мен оның қозғалысын басқару қондырғысынан тұратын негізгі және көмекші қызметтерді орындауда, адамды алмастыруға арналған автоматты машина. Мұндағы басты мәселе – адам денсаулығы үшін қауіпті және қол еңбегін, жоғары маманданудy талап етпейтін, адамдарды қалыпты жұмыстан босату мәселесін шешу. Өнеркәсіптік роботтар кең ауқымды автоматтандырылған өндіріс болып табылады. Адам басқаратын көшіруші манипуляторлар радиоактивті материалдармен әртүрлі жұмыстарды орындау кезінде қажет және бұл қондырғылар ғарышта, су астында, химиялық активті орталарда жұмыс істегенде қолданылады. Сондықтан өнеркәстіптік роботтар мен көшіруші манипуляторлар қазіргі өнеркәсіптік өндірістің маңызды құрама бөліктері болып табылады.

Өнеркәсіптік роботтың манипуляторы өзінің функционалды міндеті бойынша жетекші буынның және оған бекітілген объектінің берілген траектория мен бағдар бойынша кеңістіктегі қосылысын қамтамасыз етеді. Бұның толық орындалуы үшін манипулятордың негізгі иінді механизмі алтыдан кем емес қозғалыс жасауға тиіс және олардың әр біреуі бойынша қозғалыс басқарылатын болуы керек. Сондыктан өнеркәсіптік роботтардың нақты құрылысында алтыдан кем емес қозгалысы бар механизм қолданылады. Қарапайым манипулятордың үш, сирек жағдайда екі қозгалысы болады. Мұндай манипуляторларды дайындау және пайдалану айтарлықтай арзан, бірақ жұмыс атқаратын ортаға қосымша талаптар койылады [1].

Өнеркәсіптік жағдайда манипулятор әртүрлі қозғалыс жасайды.

Жалпы жағдайда олардың қозғалысын үш топқа бөледі:

1) ғаламдық- манипуляторың өз өлшемінен көп қашықтықта жұмыс жасауы. Мысалы тасымалдау манипуляторы цех бойымен қозғала отырып бірнеше станоктарға қызмет көрсетуі;

2) аймақтық-манипулятордың жұмыс атқару аймағы бойынша қозғалуы, ол манипулятордың “қолының” өлшемі бойынша анықталады;

3) бағдарлаушы-өлшемдері механизм өлшемдерінен біршама аз, манипулятор “қол буыны” жасайтын қозғалыс.

Манипулятор механизмдерін құрылымдық синтездеу кезінде келесідей жағдайларды ескеру қажет:

а) манипулятордың кинематикалық жұптары қозғалтқыш және тежегіш қондырғыларын қосатын қозғалыс берушілермен жабдықталады,сондықтан манипулятор сызбасында бірдей қозғалатын кинематикалық жұптар қолданылады

б) манипулятор ұстағыштың берілген қозғалысын ғана емес, сонымен қатар қозғалысын бағдарлаудың қарапайымдылығы мен қолайлылығын және остерінің бағдарын да қамтамасыз етуі қажет

в) кинематикалық жұптардың бағдарын таңдау кезінде келтіргіштердің орналасуын, буындардың салмағының тепе - теңдігін ескеру қажет.

1.1 Роботтық манипуляторлар және олардың адам өмірінде қолданылуы мен пайдасы

Роботтық манипулятор – адам қолының функцияларына ұқсас өнеркәсіптік роботтардың бір түрі. Манипулятор тәуелсіз немесе күрделі роботтық кешеннің бөлігі болуы мүмкін. Манипулятордың сегменттерінде айналмалы (мысалы, буынды роботта) немесе трансляциялық (сызықтық) қозғалысқа қозғалуға мүмкіндік беретін байланыстар бар. Төменде роботтық манипуляторлар және оларды қолдану мысалдары қамтылған.

Көптеген кәсіпорындардағы операциялық шығындарды азайту қажеттілігі әлемдік робототехника нарығында сұранысқа ие болып табылады. Өндіріс процесінде кететін қателіктер, шикізаттың жоғалуы және жазатайым жайттардың санын азайту, кәсіпорынның технологиялық икемділігін және өнімділігін арттыру, еңбек жағдайлары мен қызметкерлердің қауіпсіздігін жақсарту арқылы шығындарды үнемдеуге болады. Тіпті қауіпті жағдайларда да күрделі тапсырмаларды жоғары дәлдікпен орындау қабілетіне байланысты көптеген салаларда қолданылатын роботтар бұл істе барлығына көмектеседі.

Роботтық манипуляторды өнеркәсіпте қолдануды былай жіктесек болады:

1) Медицина және фармацевтика

KUKA LBR Med – бұл медицинаға арналған роботты инновация. Ол LBR iiwa сезімтал жарық роботына негізделіп жасалған. Қауіпсіз сенсорлық мүмкіндіктеріне қарай, жылдам үйрену және операторды оңай басқару арқылы оны операциялық бөлмеде көмекші ретінде қолдануға болады.

LBR Med өте сезімтал. Буындағы айналмалы датчиктердің арқасында робот адам денесіне ақырын тиеді, және дәрігер оны ұстаған кезде автоматты түрде шетке жылжиды. Екінші жағынан, ол әрқашан күрделі манипуляцияларға көмектесуге дайын. Арнайы биоүйлесімді жабынның арқасында робот жұмыс бетінің абсолютті таза болуын қамтамасыз етеді.

2) Азық -түлік және ауыл шаруашылығы

Автономды көкеніс жинауға арналған Vegebot жүйесі басқару бағдарламалық құралы бар ноутбук компьютерін, алты еркіндік дәрежесі (DOF)

бар стандартты UR10 роботтық қолын, екі камераны және мобильді платформаға орналастырылған көкөністерге арналған арнайы «қолды » қамтиды.

3) Химия өнеркәсібі

Kawasaki Heavy Industries компаниясы тот баспайтын болаттан жасалған әлемдегі жеті еркіндік дәрежесі бар бірінші роботты жасады. Ол дәрі-дәрмек табу саласында және химиялық өнеркәсіпте қауіпті заттарды пайдаланатын тәжірибелерді автоматтандыру үшін қолданылады. Тот баспайтын болаттан жасалған корпустың арқасында оны сутегі асқын тотығымен зарарсыздандыруға болады.

4) Білім саласы

LEGO Mindstorms - робототехниканы үйрену құралдарының жақсы жобаланған түрі. Кең нұсқалар мен құрастырудың қарапайымдылығы таңғаларлықтай қысқа мерзімде толық робототехника сабағын (кіріспе, құрастыру, бағдарламалау және тестілеу) өткізуге мүмкіндік береді [2].

1.2 Робот манипуляторлардың түрлері

Робот манипулятордың барлық түрлерін тізіп шығу мүмкін емес, бірнеше түрлерін қарастырып өтсек:

Стационарлық. Нарықтағы ең көп таралған манипуляторлар түрі. Еденге, төбеге немесе қабырғаға орнату сияқты монтаждаудың кез келген түрін орындай алады. Олардың әрекет ету радиусы кең, еркіндік дәрежесі көп және жүк көтергіштігінің әмбебаптығы жоғары.

Дәнекерлеу. Дәнекерлеу роботтары дәнекерлеудің жоғары сапасын өте төмен ток кезінде немесе өте жоғары дәнекерлеу жылдамдығында керемет доға тұрақтылығымен біріктіреді.

Компьютермен басқарылатын доға параметрлері дәнекерлеу циклі кезінде дәнекерлеу тақтасы қызған кезде кернеуді азайта отырып, дәнекерлеудің ұзындығы бойынша оңтайлы дәнекерлеу шарттарын орнатуға мүмкіндік береді. Дәнекерлеу роботтары кез келген позицияда бөлшектерді дәнекерлей алады.

Құрастыру және бөлшектеу. Кез-келген көлемдегі бұйымдарды құрастыруда роботты қолдар қолданылады.

Үлкен бөлшектермен, роботтармен жұмыс істегенде, адам еңбегін қажет етпей, өндіріс процесін жылдамдатады және қосымша көтеру механизмдерін қолданбайды. Ұсақ өнімдерді өндіруде жұмыстың жылдамдығын, дәлдігін және сапасын айтарлықтай арттырады.

Кесу және өңдеу. Кез-келген материалды кесу және өңдеу адам үшін өте ауыр жұмыс. Бұл жұмысты роботтар ең жоғары дәлдікпен орындайды, материалдық шығынды азайтады және өңдеу уақытын қысқартады.

Роботтық манипуляторларды қолдануға болатын барлық салаларды тізімдеп шығу мүмкін емес. Бірақ қазіргі уақытта бір нәрсені сенімді түрде

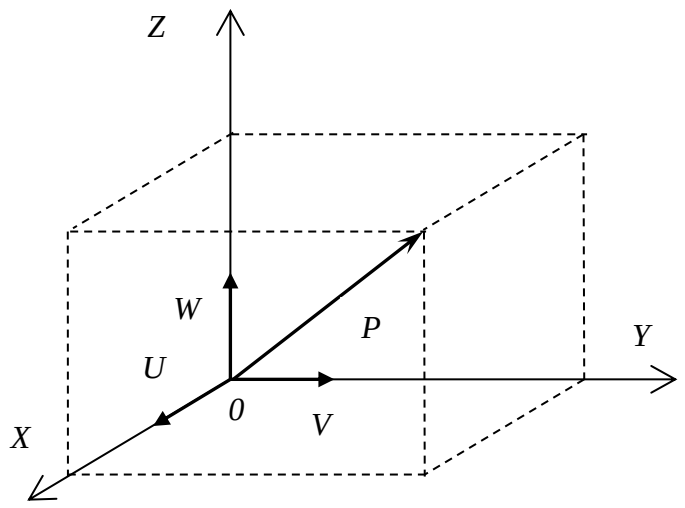
айтуға болады: біздің өмірімізде робот манипуляторларды пайдалану мүмкін болмайтын салалар жоқ.

1.3 Өнеркәсіптік роботтардың кинематикалық сипаттамасы

Матрицалық және векторлық алгебра берілген абсолютті координаттар жүйесіне қатысты манипулятордың (робот жетегі) буындарының орнын сипаттаудың және көрсетудің жүйелі және жалпыланған тәсілі үшін қолданылады. Манипулятордың түйіспелері абсолютті анықтамалық жүйеге қатысты айналуы және қозғалуы мүмкін болғандықтан, әрбір буын үшін осьтері қосылыстар осіне параллель болатын координаталар жүйесі көрсетіледі. Кинематиканың тікелей міндеті абсолютті және байланысқан координаталар жүйелері арасындағы байланысты орнататын түрлендіру матрицасын анықтау. Байланысты анықтамалық жүйенің абсолюттіге қатысты айналу қозғалысын сипаттау үшін 3 × 3 өлшемді айналу матрицасы пайдаланылады, үш өлшемді кеңістікте позиция векторларын көрсету үшін біртекті координаттар қолданылады және трансляциялық қозғалысты ескертеді. Байланысты координаталар жүйесінің айналу матрицасының орнына 4×4 өлшемді біртекті түрлендіру матрицасы қолданылады. Денавит пен Хартенберг манипулятордың кеңістіктік геометриясын сипаттау үшін мұндай матрицалық кескінді бірінші болып пайдаланды. Олардың көрінісі манипулятордың кинематикалық теңдеулерін шығарудың әмбебап алгоритмін береді.

3×3 айналу матрицасын Евклид кеңістігіндегі үш өлшемді позиция векторы үшін түрлендіру матрицасы ретінде анықтауға болады, ол оның координаттарын OUVW бұрылған (байланысты) санақ жүйесінен OXYZ абсолюттік координаттар жүйесіне аударады.

1.5 суретте екі тік төртбұрышты координаталар жүйесі көрсетілген: OX, OY, OZ осьтері бар OXYZ координаталар жүйесі және OU, OV, OW осьтері бар OUVW координаталар жүйесі. Бұл жүйелердің бастамалары сәйкес келеді және координатаның бас нүктесінде орналасады. OXYZ жүйесі үш өлшемді кеңістікте бекітілген және абсолютті деп қабылданады, ал OUVW координаттар жүйесі OXYZ абсолюттік жүйесіне қатысты айналады. Физикалық тұрғыдан OUVW жүйесін біріктірілген координаттар жүйесі ретінде қарастыруға болады. Бұл оның қатты денемен (мысалы, ұшақпен немесе манипулятордың буынымен) қатты байланысып, онымен бірге қозғалатынын білдіреді. Сәйкесінше, (i_x, j_y, k_z) және (i_u, j_v, k_w) OXYZ,OUVW жүйелерінің осьтері бойынша бағытталған, бірлік векторлары болады. Кеңістіктегі кейбір p нүктесі осы жүйелердің кез-келгеніне қатысты координаталар арқылы сипатталуы мүмкін. Есептеу оңай болуы үшін p нүктесі OUVW анықтамалық жүйесінде қозғалмайтын және қозғалыссыз деп есептейміз. Содан кейін OUVW және OXYZ координаталық жүйелерінде p нүктесі сәйкесінше,



1.1 Сурет - Абсолюттік және біріктірілген координаталар жүйесі

мұндағы, $p_{x,y,z}$ және $p_{u,v,w}$ координаталар болады және сол р нүктесінің әртүрлі тірек жүйелеріне қатысты орнын сипаттайды. Вектордың немесе матрицаның белгілеуіне қосылған Т үстіңгі белгісі транспозиция операциясын білдіреді.

Берілген OUVW жүйесін айналдырғаннан кейін $p_{v,u,w}$ координаталарды OXYZ жүйесіндегі р векторының координатасына түрлендіретін 3×3 R матрицасын анықтау, яғни

$$P_{x,y,z} = Rp_{u,v,w} \tag{1.1}$$

Физикалық түрде р нүктесі OUVW координаталар жүйесімен бірге айналады.

Вектор құраушыларының анықтамасын былай жазуға болады,

$$P_{u,v,w} = p_u \times i_u + p_v \times j_v + p_w + k_w \tag{1.2}$$

$p_u, p_v,$ және p_w р векторының сәйкесінше OU, OV және OW осьтері бойындағы құраушылары болады және р векторының осы осьтерге проекциясы бар. Осылайша, скаляр көбейтіндісі мен теңдігінің анықтамасын пайдаланып (1.2.3) алынады.

$$\begin{aligned} p_x &= i_x \times p = i_x \times i_u \times p_u + i_x \times j_v \times p_v + i_x \times k_w \times p_w \\ p_y &= j_y \times p = i_y \times i_u \times p_u + j_y \times j_v \times p_v + j_y \times p_w \\ p_z &= k_z \times p = k_z \times i_u \times p_u + k_z \times j_v \times p_v + k_z \times k_w \times p_w \end{aligned} \tag{1.3}$$

немесе матрицалық түрде

$$\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_x \times i_u & i_x \times j_v & i_x \times k_w \\ j_y \times i_u & i_y \times i_v & i_y \times k_w \\ k_z \times i_u & k_z \times j_v & k_z \times k_w \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} p_u \\ p_v \\ p_z \end{bmatrix}$$

Осы өрнекті ескере отырып, (1.4-1.13) теңдіктегі R матрицасы пішінді қабылдайды

$$R = \begin{bmatrix} i_x \times i_u & i_x \times j_v & i_x \times k_w \\ j_y \times i_u & j_y \times j_v & j_y \times k_w \\ k_z \times i_u & k_z \times j_v & k_z \times k_w \end{bmatrix} \tag{1.4}$$

Сол сияқты координаталарды $p_{u,v,w}$, $p_{x,y,z}$ координаталарынан алуға болады:

$$p_{u,v,w} = Q \times p_{x,y,z} \tag{1.5}$$

$$\begin{bmatrix} p_u \\ p_v \\ p_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_u \times i_x & i_u \times j_y & i_u \times k_z \\ j_v \times i_x & j_v \times j_y & j_v \times k_z \\ k_w \times i_x & k_w \times j_y & k_w \times k_z \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} \tag{1.6}$$

Скалярлық көбейтіндінің жұмысы коммутативті болғандықтан (1.4)-(1.6) қатынастарынан шығады.

$$Q = R^{-1} = R^T, \tag{1.7}$$

$$QR = R^T R = R^{-1} \times R = I_3, \tag{1.8}$$

I_3мұндағы 3×3 сәйкестік матрицасы. (1.1) немесе (1.8) формуласымен анықталатын түрлендіру ортогональды түрлендіру деп аталады, ал скаляр көбейтінділеріне кіретін барлық векторлар бірлік болғандықтан оны ортонормальдық түрлендіру деп те атайды.

OXYZ жүйесінің үш негізгі осінің әрқайсысына қатысты OUVW жүйесінің айналу матрицалары ерекше қызығушылық тудырады. Егер OUVW жүйесінің кеңістіктегі орны осы жүйенің OX осінің айналасында бұрышпен айналуына байланысты өзгеретін болса, онда OXYZ анықтамалық жүйесіндегі нүктенің координаталары да өзгереді $(p_x, p_y, p_z)^T$, $p_{u,v,w}$, оның OUVW жүйесінде α тұрақты координаталары p_u, p_v, p_w бар. Сәйкес түрлендіру матрицасы OX осінің айналасында α бұрышпен айналу матрицасы деп аталады. Жоғарыда алынған нәтижелерге сүйене отырып, $R_{x,a}$ бізде матрица үшін

$$p_{x,y,z} = R_{x,a} \times p_{u,v,w} \tag{1.9}$$

және $i_x = i_u$, және

$$R_{x,\alpha} = \begin{bmatrix} i_x \times i_u & i_x \times j_v & i_x \times k_w \\ j_y \times i_u & j_y \times j_v & j_y \times k_w \\ k_z \times i_u & k_z \times j_v & k_z \times k_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos\alpha & -sin\alpha \\ 0 & sin\alpha & cos\alpha \end{bmatrix} \quad (1.10)$$

Сол сияқты, үш өлшемді (өлшемі 3 × 3) OY осінің айналасында φ бұрышқа және OZ осінің айналасында θ бұрышқа сәйкес айналу матрицалары келесідей пішінге ие:

$$R_{y,\varphi} = \begin{bmatrix} cos\varphi & 0 & sin\varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ -sin\varphi & 0 & cos\varphi \end{bmatrix}, R_{z,\theta} = \begin{bmatrix} cos\theta & -sin\theta & 0 \\ sin\theta & cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.11)$$

Матрицалар $R_{x,\alpha}, R_{y,\varphi}$ және $R_{z,\theta}$ элементар айналу матрицалары деп аталады. Кез-келген басқа соңғы айналу матрицаларын элементар айналу матрицаларының көмегімен алуға болады.

OXYZ жүйесінің негізгі осьтеріне қатысты соңғы айналымдардың реттілігінің сипаттамасын элементар айналымдардың матрицаларын көбейту арқылы алуға болады. Матрицаны көбейту операциясы коммутативті емес болғандықтан, мұнда айналу реттілігі маңызды болып табылады. Мысалы, алдымен OX осінің айналасындағы α бұрыш арқылы, содан кейін OZ осінің айналасындағы θ бұрыш арқылы, содан кейін OY осінің айналасындағы φ бұрыш арқылы дәйекті айналулардың нәтижесі болып табылатын айналу матрицасы мынадай пішінге ие.

$$R = R_{y,\varphi} \times R_{z,\theta} \times R_{x,\alpha} =$$
$$\begin{bmatrix} C_\varphi & 0 & S_\varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ -S_\varphi & 0 & C_\varphi \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} C\theta & -S\theta & 0 \\ S\theta & C\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\alpha & -S\alpha \\ 0 & S\alpha & C\alpha \end{bmatrix} =$$
$$\begin{bmatrix} C\varphi C\theta & S\varphi S\alpha - C\varphi S\theta C\alpha & C\varphi S\theta S\alpha + S\varphi C\alpha \\ S\theta & C\theta C\alpha & -C\theta S\alpha \\ -S\varphi C\theta & C\varphi C\theta C\alpha + C\varphi C\alpha & C\varphi C\alpha - S\varphi S\theta S\alpha \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

Олар, $C\varphi = cos\varphi$;$S\varphi = sin\varphi$;$C\theta = cos\theta$;$S\theta = sin\theta$;$C\alpha = cos\alpha$,$S\alpha = sin\alpha$. Ол алдымен OY осінің айналасындағы φбұрыш арқылы, содан кейін OZ осінің айналасындағы θ бұрыш арқылы және соңында OX осінің айналасындағы α бұрыш арқылы айналу нәтижесін сипаттайтын матрицадан ерекшеленеді. Екінші жағдайда алынған айналу матрицасы мына пішінге ие болады

$$R = R_{x,\alpha} \times R_{z,\theta} \times R_{y,\varphi} =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\alpha & -S\alpha \\ 0 & S\alpha & C\alpha \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} C\theta & -S\theta & 0 \\ S\theta & C\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} C_\varphi & 0 & S\varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\varphi & 0 & C\varphi \end{bmatrix} \times$$

$$\begin{bmatrix} C\theta C\varphi & -S\theta & C\theta S\varphi \\ C\alpha S\theta C\varphi + S\alpha S\varphi & C\alpha C\theta & C\alpha S\theta S\varphi - S\alpha C\varphi \\ S\alpha S\theta C\varphi - C\alpha S\varphi & S\alpha C\theta & S\alpha S\theta S\varphi - C\alpha C\varphi \end{bmatrix} \quad (1.13)$$

OXYZ абсолюттік координаталар жүйесінің осьтері айналасында айналумен қатар, OUVW қозғалатын анықтамалық жүйесі өз осінің айналасында айнала алады. Бұл жағдайда алынған айналу матрицасын келесі қарапайым ережелер арқылы алуға болады.

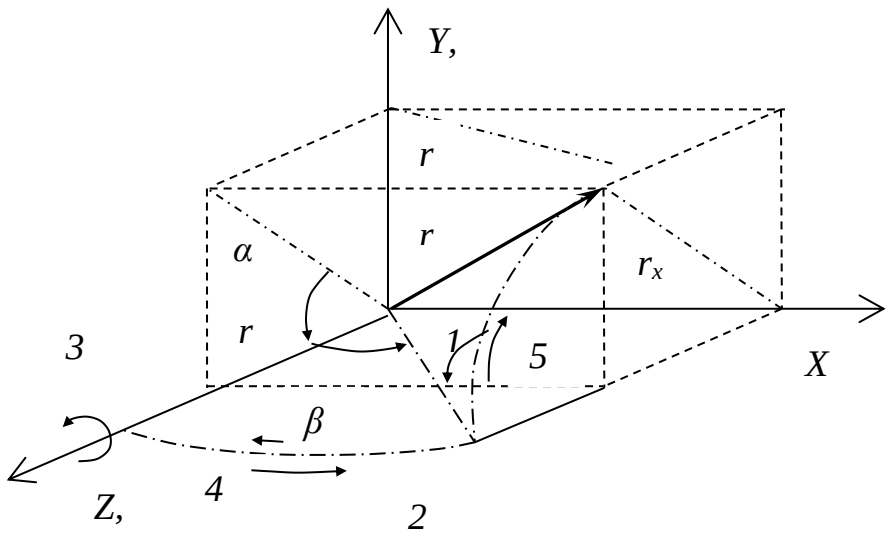
1. Бастапқыда екі координат жүйесі сәйкес келеді, демек, айналу матрицасы 3×3 сәйкестік матрицасы болып табылады.

2. Егер OUVW қозғалатын координаталар жүйесі с жүйесінің негізгі осінің бірінің айналасында айналса, алдыңғы нәтижелі айналудың матрицасын сол жақтағы сәйкес элементар айналу матрицасына көбейту керек.

3. Егер OUVW қозғалатын координаталар жүйесі өзінің негізгі осінің бірінің айналасында айналу жасаса, алдыңғы нәтижелі айналудың матрицасын оң жақтағы сәйкес элементар айналу матрицасына көбейту керек [3].

1.4 Матрицаларды еркін осьтің айналасында айналдыру арқылы түрлендіру

Кейбір жағдайларда OUVW қозғалатын координаталар жүйесі еркін r осіне қатысты φ бұрыш арқылы айнала алады, ол координаталар басынан бастап r_x, r_y және r_z құрамдас бөліктері бар бірлік векторы 0. Мұндай айналдырудың артықшылығы мынада: кейбір бұрыштық қозғалыстар үшін, OXYZ немесе OUVW негізгі осьтері айналасындағы айналу тізбегі OUVW жүйесінің r осі айналасындағы бір айналуымен ауыстырылуы мүмкін. Айналу матрицасын $R_{r,\varphi}$ алу үшін алдымен r осін OZ осімен туралау қажет болған жағдайда OXYZ жүйесінің осьтері бойынша айналулар қатарын орындауға болады.Содан кейін r осінің айналасында φ бұрышпен қажетті айналуды және OXYZ жүйесінің осьтеріне қатысты қайтадан айналымдар тізбегін орындаймыз, OZ осін бастапқы орнына қайтарамыз. 1.6 суретте OZ және r осьтерінің комбинациясы OX осіне қатысты α бұрыш арқылы (нәтижесінде r осі XZ жазықтығында болады), содан кейін OY осінің айналасындағы β бұрыш арқылы айналу жүзеге асырылуы мүмкін екенін көрсетеді (нәтижесінде OZ және r осьтері сәйкес келеді) .



1.2 Сурет - Ерікті ось айналасында айналу

OZ немесе r-ге қатысты φ бұрышы арқылы бұрылғаннан кейін біз жоғарыдағы бұрылыстар тізбегін орындаймыз, бірақ кері тәртіпте және бұрылу бұрыштарының белгілерін қарама-қарсы жақтарға өзгертеміз. Алынған айналу матрицасы

$$R_{r,\varphi} = R_{x,a} \times R_{y,\beta} \times R_{z,\varphi} \times R_{y,-\beta} \times R_{x,\alpha} =$$
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\alpha & S\alpha \\ 0 & -S\alpha & C\alpha \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} C\beta & 0 & S\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\beta & 0 & C\beta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} C\varphi & -S\varphi & 0 \\ S\varphi & C\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times$$
$$\begin{bmatrix} C\beta & 0 & -S\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\beta & 0 & C\beta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\alpha & -S\alpha \\ 0 & S\alpha & C\alpha \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

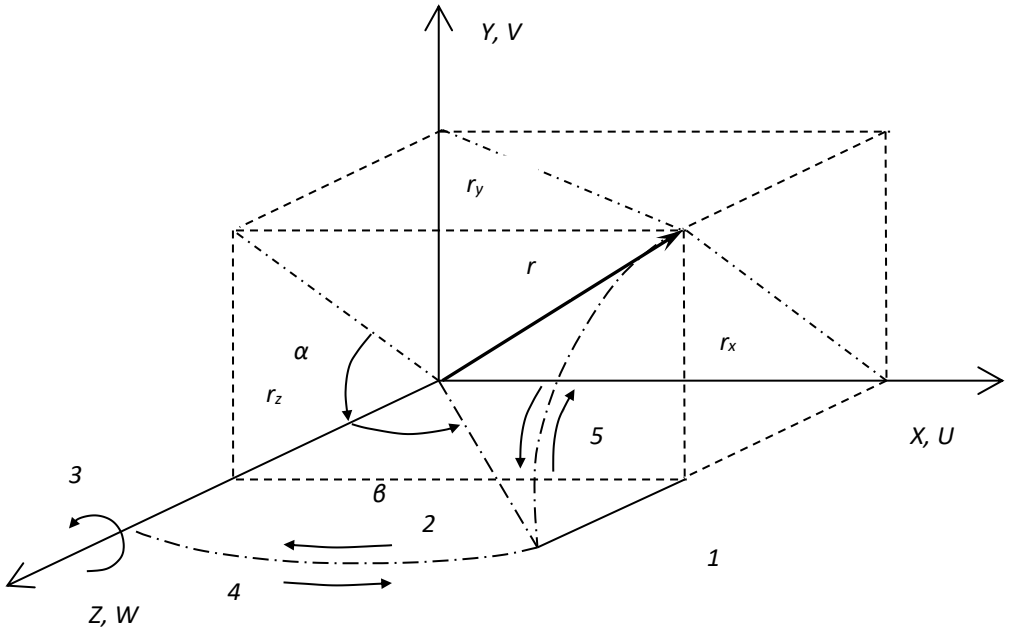
1.2 суреттен мұны оңай түсінуге болады

$$\sin a = \frac{r_y}{\sqrt{r_y^2 + r_z^2}}, \cos a = \frac{r_z}{\sqrt{r_y^2 + r_z^2}},$$
$$\sin b = r_x, \cos b = \sqrt{\mathrm{r}_\mathrm{y}^2 + \mathrm{r}_\mathrm{z}^2}, \quad (1.15)$$

Осы теңдіктерді алдыңғы өрнекке ауыстыру $R_{r,\varphi}$ − ді береді

$$R_{r,\varphi} = \begin{bmatrix} r_x^2 V\varphi + C\varphi & r_x r_y V\varphi - r_z S\varphi & r_x r_z V\varphi + r_x r_z V\varphi + r_y S\varphi \\ r_x r_y V\varphi + r_z S\varphi & r_y^2 V\varphi + C\varphi & r_y r_z V\varphi - r_x S\varphi \\ r_x r_z V\varphi - r_y S\varphi & r_y r_z \varphi + r_x S\varphi & r_z^2 V\varphi + C\varphi \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

өрнек $V_{\varphi} = vers\varphi = 1 - cos\varphi$



1.3 Сурет - Ерікті ось айналасында айналу.

1.5 Эйлер бұрыштарының үш жүйесі

Қатты дененің айналуының матрицалық сипаттамасы көптеген операцияларды жеңілдетеді; дегенмен айналмалы қатты дененің бағдарын толық сипаттау үшін айналу матрицасының барлық тоғыз элементін пайдалану керек. Бұл элементтер жалпыланған координаттардың толық жүйесін тікелей құрамайды, олардың айналмалы қатты дененің абсолютті координаталар жүйесіне қатысты бағытын сипаттауға болады. Эйлер бұрыштары φ, θ және ψ жалпыланған координаталар ретінде пайдалануға болады. Эйлер бұрыштарының көптеген әртүрлі жүйелері бар және олардың барлығы кейбір берілген координаталар жүйесіне қатысты қатты дененің бағытын сипаттайды. Ең жиі қолданылатын үш Эйлер бұрыштық жүйесі 1.1-кестеде көрсетілген.

1.1 Кесте – Эйлер бұрыштарының үш жүйесі

	1	2	3
Айналу реті	OZ осінің φ айналасында OU осінің айналасында θ OW осінің айналасында ψ	OZ осінің айналасында φ OV осінің айналасында θ OW осінің айналасында ψ	OX осінің айналасында φ OY осінің айналасында θ OZ осінің айналасында ψ

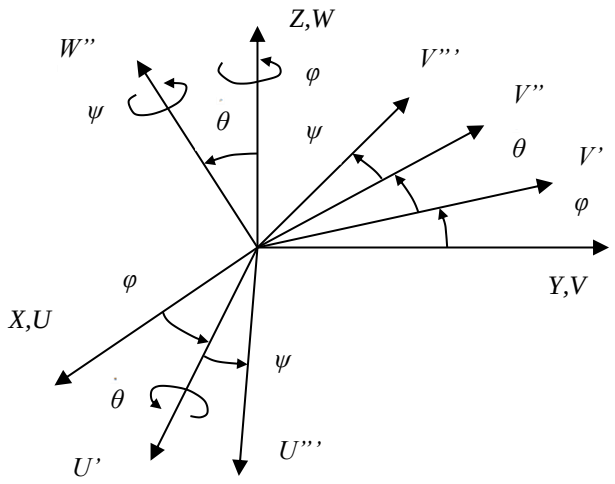
Қарастырылған Эйлер бұрыштарының жүйелерінің біріншісі әдетте гироскоптардың қозғалысын сипаттау үшін қолданылады және келесі айналу тізбегіне сәйкес келеді (2-сурет):

1. OZ осінің айналасындағы φ бұрыш арқылы бұрыңыз.
2. OU айналмалы осьтің айналасында θбұрышпен бұрыңыз ($R_{u,\theta}$).
3. Соңында бұрылған OW осінің айналасында ψ бұрышпен бұрыңыз ($R_{w,\psi}$).

Алынған айналу матрицасы келесі пішінге ие:

$$R_{\varphi,\theta,\psi}=R_{z,\varphi}R_{u,\theta}R_{w,\psi} =$$
$$\begin{bmatrix} C\varphi & -S\varphi & 0 \\ S\varphi & C\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\theta & -S\theta \\ 0 & S\theta & C\theta \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} C\psi & -S\psi & 0 \\ S\psi & C\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$
$$\begin{bmatrix} C\varphi C\psi - S\varphi C\theta S\psi & -C\varphi S\psi - S\varphi C\theta C\psi & S\varphi S\theta \\ S\varphi C\psi + C\varphi C\theta S\psi & -S\varphi S\psi + C\varphi C\theta C\psi & -C\varphi S\theta \\ S\theta S\psi & S\theta C\psi & C\theta \end{bmatrix} \quad (1.17)$$

Матрицамен сипатталған $R_{\varphi,\theta,\psi}$ айналуды қозғалмайтын координаталар жүйесінің осьтері айналасында келесі айналымдар тізбегін орындау нәтижесінде де алуға болады: біріншіден, OZ осінің айналасындағы бұрышпен, содан кейін OX осінің айналасындағы θ бұрышпен және соңында, OZ осінің айналасындағы φ бұрышпен.



1.4 Сурет - Эйлер бұрыштарының бірінші жүйесі

1.4 суретте келесі айналу ретімен анықталған Эйлер бұрыштарының екінші жүйесі көрсетілген:

1. OZ осінің айналасында φ бұрышпен бұрыңыз ($R_{z,\varphi}$).

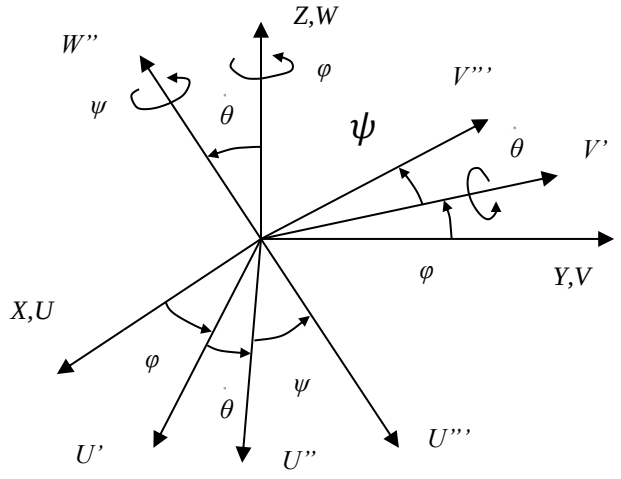
2. Айналмалы OV осінің айналасында θ бұрышпен бұрыңыз ($R_{v,\theta}$).

3. Соңында бұрылған OW осінің айналасында ψ бұрышпен бұрыңыз ($R_{w,\psi}$).

Алынған айналу матрицасы келесі пішінге ие:

$$R_{\varphi,\theta,\psi} = R_{z,\varphi}R_{v,\theta}R_{w,\psi} =$$
$$\begin{bmatrix} C\varphi & -S\varphi & 0 \\ S\varphi & C\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} C\theta & 0 & S\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\theta & 0 & C\theta \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} C\psi & -S\psi & 0 \\ S\psi & C\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$
$$\begin{bmatrix} C\varphi C\theta C\psi - C\varphi S\psi & -C\varphi C\theta S\psi - S\varphi C\psi & C\varphi S\theta \\ S\varphi C\theta C\psi + C\varphi S\psi & -S\varphi C\theta S\psi + C\varphi C\psi & S\varphi S\theta \\ -S\theta C\psi & S\theta S\psi & C\theta \end{bmatrix} \quad (1.18)$$

Эйлер бұрыштарының $R_{\varphi,\theta,\psi}$ осы жүйесі үшін матрицамен сипатталған айналуды қозғалмайтын координаталар жүйесінің осьтері айналасында келесі айналу тізбегін орындау нәтижесінде де алуға болады: OZ осінің айналасындағы ψ бұрышпен, содан кейін OY айналасындағы θ бұрышпен, ең соңында, OZ осінің айналасындағы φ бұрышпен.



1.5 Сурет - Эйлер бұрыштарының екінші жиыны

Эйлер бұрыштарының тағы бір жүйесі орамдық, қадамдық және иілу бұрыштары деп аталады (1.6 суретте көрсетілген). Бұл бұрыштар әдетте авиациялық технологияда көліктердің қозғалысын сипаттау үшін қолданылады.

Олар келесі айналым тізбегіне сәйкес келеді:

1. OX осінің айналасындағы ψ бұрыш арқылы бұрыңыз ($R_{x,\psi}$) (иілу).

2. Айналмалы OY осінің айналасында θ бұрышпен бұрыңыз ($R_{y,\theta}$) (қадам).

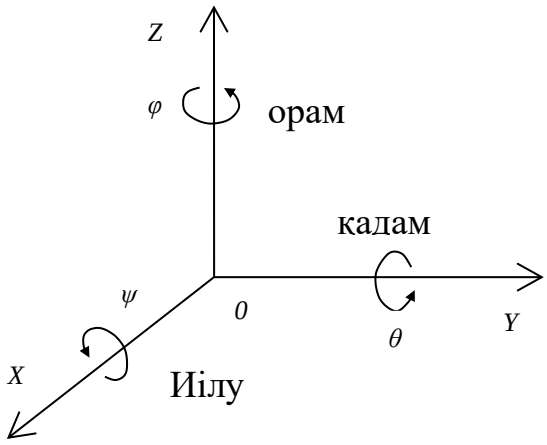
3. OZ осінің айналасында φ бұрышпен бұрыңыз ($R_{z,\varphi}$) (орам).

Алынған айналу матрицасы келесі пішінге ие:

$$R_{\varphi,\theta,\psi} = R_{z,\varphi} R_{y,\theta} R_{x,\varphi} =$$

$$\begin{bmatrix} C\varphi & -S\varphi & 0 \\ S\varphi & C\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} C\theta & 0 & S\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\theta & 0 & C\theta \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\psi & -S\psi \\ 0 & S\psi & C\psi \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} C\varphi C\theta & C\varphi S\theta S\psi - S\varphi C\psi & C\varphi S\theta C\psi + S\varphi S\psi \\ S\varphi C\theta & S\varphi S\theta S\psi & S\varphi S\theta C\psi - C\varphi S\psi \\ -S\theta & C\theta S\psi & C\theta C\psi \end{bmatrix} \quad (1.19)$$



1.6 Сурет – Домалау, қадам, иілу (Эйлер бұрыштарының үшінші жүйесі)

Орам, қадам, иілу айнымалыларындағы $R_{\varphi,\theta,\psi}$ матрицамен сипатталған айналуды абсолютті және қозғалатын координаталар жүйелерінің осьтері айналасында келесі айналу тізбегін орындау нәтижесінде де алуға болады: OZ осінің айналасындағы φ бұрышпен, содан кейін айналдырылған OV осінің айналасындағы θ бұрыш, ең соңында, OU айналмалы осінің айналасындағы ψ бұрышпен (1.6 суретте көрсетілген).

1.6 Біртекті координаттар және түрлендіру матрицалары

Манипуляциялық роботтың берілген кинематикалық құрылымына сәйкес мыналар қажет:

1) Біртекті координаталар көмегімен манипулятордың кинематикасының сипаттамасын қарастыру;

2) Элементар айналымдардың біртекті матрицаларын пайдаланып манипулятордың кинематикасын сипаттау әдістерін қарастыру.

3D айналу матрицасы трансляциялық қозғалыс пен пайдаланылатын масштаб туралы ақпаратты тасымалдамайтындықтан, 3D кеңістігіндегі координаталар $P = (p_{x,}p_y, p_z)^T$ векторы төртінші координатпен (немесе құрамдаспен) толтырылады, осылайша ол $\hat{p} = (wp_x, wp_y, wp_z, w)^T$ пішінді алады. Бұл жағдайда вектор $\hat{p}$ біртекті координаттармен өрнектеледі делінеді. Бұл бөлімде Евклид векторының біртекті координаттармен өрнектелетінін көрсету үшін оны $\hat{P}$ түрінде жазамыз. Үшөлшемді кеңістіктегі нүктелерді біртекті координаттар арқылы сипаттау бір мезгілде айналдыруды, параллель аударуды, масштабтауды және перспективалық түрлендіруді қамтитын матрицалық түрлендірулерді қарастыруға мүмкіндік береді.

Жалпы жағдайда N - өлшемді вектордың N+1 өлшемді векторы арқылы кескіні біртекті координаталардағы бейнелеу деп аталады. Бұл бейнелеу арқылы N-өлшемді векторды түрлендіру (N + 1) - өлшемдік кеңістікте

орындалады, ал физикалық N - өлшемдік вектор біртекті координаталарды (N + 1)-ші w компонентіне бөлу арқылы алынады. Осылайша, $p=(p_{x,}p_{y,}p_{z})^{T}$ біртекті координаталардағы үш өлшемді кеңістіктегі позиция векторы $(wp_{x},wp_{y},wp_{z},w)^{T}$ кеңейтілген вектормен көрсетіледі. Физикалық координаталар біртектілермен келесідей байланысады:

$$\mathrm{p_x}=\frac{\mathrm{wp_x}}{\mathrm{w}},\mathrm{p_y}=\frac{\mathrm{wp_y}}{\mathrm{w}},\mathrm{p_z}=\frac{\mathrm{wp_z}}{\mathrm{w}} \qquad (1.20)$$

Үш өлшемді позиция векторының біртекті координаталардағы көрінісі бірдей емес. Мысалы, $\hat{p}=(w_1p_x,w_1p_y,w_1p_z,w_1)^T$ және $\hat{p}=(w_2p_x,w_2p_y,w_2p_z,w_2)^T$ бір позиция векторының әртүрлі біртекті бейнелері болып табылады $p=(p_{x,}p_{y,}p_{z})^{T}$. Осылайша, біртекті координаталар векторының w төртінші компонентін масштабтау коэффициенті ретінде қарастыруға болады. Егер бұл құраушы 1-ге тең болса (w=1), онда позиция векторының біртекті координаталары оның физикалық координаталарымен сәйкес келеді. Робототехникада масштабтау коэффициенті әрқашан 1-ге тең деп таңдалады, ал компьютерлік графикалық есептерде ол кез келген оң мәнді қабылдайды.

Біртекті түрлендіру матрицасы – біртекті координаттарда көрсетілген векторды бір сілтеме шеңберінен екіншісіне түрлендіретін 4×4 матрица. Біртекті түрлендіру матрицасын төрт ішкі матрицаға бөлуге болады:

$$T=\left[\frac{R_{3*3}}{f_{1*3}}\vdots\frac{p_{3*1}}{1*1}\right]=\left[\frac{\text{бұрылыс}}{\text{перспективалық түрлендіру}}\vdots\frac{\text{ауысу}}{\text{масштабтау}}\right] \qquad (1.21)$$

Жоғарғы сол жақ 3x3 қосалқы матрицасы айналу матрицасы болып табылады; 3×1 өлшемінің жоғарғы оң жақ ішкі матрицасы – абсолюттіге қатысты айналмалы эталондық жүйе басының позиция векторы; 1×3 өлшемінің төменгі сол жақ ішкі матрицасы перспективалық түрлендіруді көрсетеді; төртінші диагональды элемент - ғаламдық масштабтау факторы. Біртекті түрлендіру матрицасы OUVW байланысқан санақ жүйесі мен OXYZ абсолюттік кадры арасындағы геометриялық байланысты ашуға мүмкіндік береді. Егер үш өлшемді кеңістіктің p векторы біртекті координаттармен өрнектелсе $\hat{p}=(p_{x,}p_{y,}p_{z,}1)^{T}$) яғни, түрлендіру матрицасы ұғымын пайдалана отырып, айналу түрлендіруін көрсететін және өлшемі 4 ×4 болатын біртекті түрлендіру $T_{\text{пов}}$ матрицасын құруға болады. Біртекті айналу матрицасы 3 × 3 өлшемі бар кәдімгі айналу матрицасының сәйкес кеңеюі арқылы алынады. Осылайша, (1.20) және (1.21) матрицалар үшін біртекті бейнелеу келесі формада болады:

$$T_{x,a}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & cos\alpha & -sin\alpha & 0\\ 0 & sin\alpha & cos\alpha & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix},T_{y,\varphi}=\begin{bmatrix}cos\varphi & 0 & sin\varphi & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ -sin\varphi & 0 & cos\varphi & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \qquad (1.22)$$

$$T_{x,\theta} = \begin{bmatrix} cos\theta & -sin\theta & 0 & 0 \\ sin\theta & cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Бұл 4×4 матрицалар біртекті элементар айналу матрицалары деп аталады.

Өлшемі 3×1 болатын біртекті түрлендіру матрицасының жоғарғы оң жақ қосалқы матрицасы OUVW координат жүйесінің абсолютті OXYZ жүйесіне қатысты вектор арқылы параллель трансляциясын көрсетеді. dx, dy, dz^T.

$$T_{c,d,b} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & dx \\ 0 & 1 & 0 & dy \\ 0 & 0 & 1 & dz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.23)$$

Бұл 4×4 матрицаны біртекті элементар ығысу матрицасы деп атайды.

1×3 біртекті түрлендіру матрицасының төменгі сол жақ қосалқы матрицасы машинада көру тапсырмаларын және кескінді калибрлеуде қолданылатын перспективалық түрлендіруді анықтайды. Мұнда бұл ішкі матрицаның элементтері нөлге тең, ол нөлдік перспективалық түрлендіруге сәйкес келеді.

Біртекті түрлендіру матрицасының диагональды элементтері жергілікті және ғаламдық масштабтауды анықтайды. Алғашқы үш қиғаш элемент жергілікті созуды немесе масштабтауды анықтайды:

$$\begin{bmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax \\ by \\ cz \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1.24)$$

Координаталар мәндері сәйкесінше a, b және c скалярларымен анықталған масштабтың өзгеріске ұшырайтынын көре аламыз. Элементар айналу матрицалары жергілікті масштабтаудың әсерін бермейтінін ескереміз.

Төртінші диагональды элемент жаһандық масштабты түрлендіруді анықтайды

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (1.25)$$

Сонда $s>0$. Вектордың физикалық декарттық координаталары тең болады

$$\mathrm{p_x} = \frac{\mathrm{x}}{\mathrm{s}}, \mathrm{p_y} = \frac{\mathrm{y}}{\mathrm{s}}, \mathrm{p_я} = \frac{\mathrm{z}}{\mathrm{s}}, \mathrm{w} = \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{s}} = 1 \quad (1.26)$$

Осылайша, біртекті түрлендіру матрицасының төртінші диагональды элементі s>1 болса координаттардың ғаламдық қысқаруын, ал 0<s<1 болса кеңеюін анықтайды.

Сонымен, біртекті түрлендіру матрицасы OUVW анықтамалық жүйесінде біртекті координаттармен берілген векторды OXYZ абсолютті координаттар жүйесіне аударады, яғни w=1 үшін

$$p_{x,y,z} = Tp_{u,v,w} \tag{1.27}$$

$$T = \begin{bmatrix} n_x & s_x & a_x & p_x \\ n_y & s_y & a_y & p_y \\ n_z & s_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & s & a & p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{1.28}$$

Біртекті түрлендіру құрама матрицасын (оны T матрицасы деп белгілейік) элементар айналымдар мен ығысулардың біртекті матрицаларын көбейту арқылы алуға болады. Бірақ матрицаны көбейту операциясы коммутативті емес болғандықтан, бұл матрицалардың көбейту ретіне ерекше назар аудару керек. Біртекті түрлендіру құрама матрицасын анықтау кезінде келесі ережелерді қолданған жөн:

Бастапқыда екі координат жүйесі сәйкес келеді, сондықтан біртекті I_4 түрлендіру матрицасы 4×4 сәйкестік матрицасы болып табылады.

Егер OUVW жылжымалы координаттар жүйесі OXYZ анықтамалық жүйесінің осьтері айналасында айналса/жылжыса, алдыңғы нәтиже түрлендірудің біртекті матрицасын сол жақта элементар айналудың/жылжудың сәйкес біртекті матрицасына көбейту керек.

Егер OUVW жылжымалы координаттар жүйесі өзінің негізгі осьтерінің біріне айналса/жылжыса, алдыңғы нәтиже түрлендірудің біртекті матрицасын оң жақта элементар айналудың/жылжудың сәйкес біртекті матрицасына көбейту керек [4].

2 Үш айналу қимыл дәрежесі бар манипуляторлы робот

2.1 Үш айналу қимыл дәрежесі бар манипуляторлы роботтын математикалық есебі

Үш буынды матрица берілді, ол 2.1-кестеде көрсетілген жұмыс кеңістігі мәндері

2.1 Кесте – Манипулятордың кинематикалық параметрлері

үзбелер саны	θ_i	d_i	α_i	a_i
1	θ_1	d_1	-90	0
2	θ_2	0	0	a_2
3	θ_3	0	0	a_3
4	θ_4	0	0	a_4

Ең алдымен 2.1-кестені пайдалана отырып, $A_{0,1}$,$A_{1,2}$, $A_{2,3}$, $A_{3,4}$ матрицаларын құрып аламыз, сонда

$$A_{0,1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) & -\sin(\theta_1)\times\cos(-90°) & \sin(\theta_1)\times\sin(-90°) & 0\times\cos(\theta_1) \\ \sin(\theta_1) & \cos(\theta_1)\times\cos(-90°) & -\cos(\theta_1)\times\sin(-90°) & 0\times\sin(\theta_2) \\ 0 & \sin(-90°) & \cos(-90) & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \cos(\theta_1) & 0 & -\sin(\theta_1) & 0 \\ sin(\theta_1) & 0 & \cos(\theta_1) & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

$$A_{1,2} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_2) & -\sin(\theta_2)\times\cos(0) & \sin(\theta_2)\times\sin(0) & a_2\cos(\theta_2) \\ \sin(\theta_2) & \cos(\theta_2)\times\cos(0) & -\cos(\theta_2)\times\sin(0) & a_2\sin(\theta_2) \\ 0 & \sin(0) & \cos(0) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \cos(\theta_2) & -\sin(\theta_2) & 0 & a_2\cos(\theta_2) \\ \sin(\theta_2) & \cos(\theta_2) & 0 & a_2\sin(\theta_2) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

$$A_{2,3} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_3) & -\sin(\theta_3) \times \cos(0) & \sin(\theta_3) \times \sin(0) & a_3\cos(\theta_3) \\ \sin(\theta_3) & \cos(\theta_3) \times \cos(0) & -\cos(\theta_3) \times \sin(0) & a_3\sin(\theta_3) \\ 0 & \sin(0) & \cos(0) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \cos(\theta_3) & -\sin(\theta_3) & 0 & a_3\cos(\theta_3) \\ \sin(\theta_3) & \cos(\theta_3) & 0 & a_3\sin(\theta_3) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

$$A_{3,4} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_4) & -\sin(\theta_4) \times \cos(0) & \sin(\theta_4) \times \sin(0) & a_4\cos(\theta_4) \\ \sin(\theta_4) & \cos(\theta_4) \times \cos(0) & -\cos(\theta_4) \times \sin(0) & a_4\sin(\theta_4) \\ 0 & \sin(0) & \cos(0) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos(\theta_4) & -\sin(\theta_4) & 0 & a_4\cos(\theta_4) \\ \sin(\theta_4) & \cos(\theta_4) & 0 & a_4\sin(\theta_4) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

$A_{(0,1)}$мен $A_{(1,2)}$ бір - біріне көбейтеміз, сонда мән:

$$A_{(0,1)} \times A_{(1,2)} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) \times \cos(\theta_2) & -\cos(\theta_1) \times \sin(\theta_2) & -\sin(\theta_1) & a_2 \times \cos(\theta_2) \times \cos(\theta_1) \\ \sin(\theta_1) \times \cos(\theta_2) & -\sin(\theta_1) \times \sin(\theta_1) & \cos(\theta_1) & a_2 \times \cos(\theta_2) \times \sin(\theta_1) \\ -\sin(\theta_2) & -\cos(\theta_2) & 0 & -a_2 \times \sin(\theta_2) + d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

$A_{(0,1)}, A_{(1,2)}, A_{(2,3)}$ кобейтеміз,

$$A_{(0,1)} \times A_{(1,2)} \times A_{(2,3)} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & 0 & a_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.6)$$

$a_{11} = \cos(\theta_1) \times \cos(\theta_2) \times \cos(\theta_3) - \cos(\theta_1) \times \sin(\theta_2) \times \sin(\theta_3)$;
$a_{12} = \cos(\theta_1) \times \cos(\theta_2) \times \cos(\theta_3) - \cos(\theta_1) \times \sin(\theta_2) \times \sin(\theta_3)$;

$a_{13} = -\sin(\theta_1);$

$a_{14} = a_{3\times}\cos(\theta_1) \times \cos(\theta_2)\cos(\theta_3) - a_3 \times \sin(\theta_3) \times \cos(\theta_1) \times \cos(\theta_2) + a_2 \times \cos(\theta_1) \times \cos(\theta_2);$

$a_{21} = \sin(\theta_1) \times \cos(\theta_2) \times \cos(\theta_3) - \sin(\theta_1) \times \sin(\theta_2) \times \sin(\theta_3);$

$a_{22} = \sin(\theta_1) \times \cos(\theta_2) \times \cos(\theta_3) - \sin(\theta_1) \times \sin(\theta_2) \times \sin(\theta_3);$

$a_{23} = \cos(\theta_1);$

$a_{24} = a_3 \times \cos(\theta_2) \times \sin(\theta_1) \times \cos(\theta_3) - a_3 \times \sin(\theta_1) \times \sin(\theta_2) \times \sin(\theta_3) + a_2 \times \cos(\theta_2) \times \sin(\theta_1);$

$a_{31} = -\sin(\theta_2) \times \cos(\theta_3) - \cos(\theta_2) \times \sin(\theta_3);$

$a_{32} = \sin(\theta_2) \times \sin(\theta_3) - \cos(\theta_2) \times \cos(\theta_3);$

$a_{34} = -a_3 \times \cos(\theta_3) \times \sin(\theta_2) - a_3 \times \sin(\theta_3) \times \cos(\theta_2) - a_2 \times \sin(\theta_2) + d_1.$

Ең соңында $A_{(0,1)}A_{(1,2)}A_{(2,3)} \times A_{(3,4)}$ көбейтіндісін аламыз

$$A_{(0,1)}A_{(1,2)}A_{(2,3)} \times A_{(3,4)} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & 0 & a_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \tag{2.7}$$

$a_{11} = (\cos(\theta_1) \times \cos(\theta_2) \times \cos(\theta_3) - \cos(\theta_1) \times \sin(\theta_2) \times \sin(\theta_3)) \times (\cos(\theta_4) + \sin(\theta_4));$

$a_{12} = (-\cos(\theta_1) \times \sin(\theta_2) \times \sin(\theta_3) - \cos(\theta_1) \times \sin(\theta_2) \times \cos(\theta_3)) \times (-\sin(\theta_3) + \cos(\theta_4));$

$a_{13} = -\sin(\theta_4);$

$a_{14} = (a_3 \times \cos(\theta_1) \times \cos(\theta_2) \times \cos(\theta_3) - a_3 \times \sin(\theta_3) \times \cos(\theta_1) \times \cos(\theta_2) + a_2 \times \cos(\theta_1) \times \cos(\theta_2)) \times (a_4 \times \cos(\theta_4) + a_4 \times \sin(\theta_4) + 1);$

$a_{21} = \sin(\theta_1) \times \cos(\theta_2) \times \cos(\theta_3) - \sin(\theta_1) \times \sin(\theta_2) \times \sin(\theta_3) \times (\cos(\theta_4) + \sin(\theta_4));$

$a_{22} = (-\sin(\theta_1) \times \cos(\theta_2) \times \sin(\theta_3) - \sin(\theta_1) \times \sin(\theta_2) \times \cos(\theta_3)) \times (-\sin(\theta_4) + \cos(\theta_4));$

$a_{23} = -\cos(\theta_4);$

$a_{24} = (a_3 \times \cos(\theta_3) \times \sin(\theta_1) \times \cos(\theta_4) - a_3 \times \sin(\theta_1) \times \sin(\theta_2) \times \sin(\theta_3) + a_2 \times \cos(\theta_2) \times \sin(\theta_1)) \times (a_4 \times \cos(\theta_4) + a_4 \sin(\theta_4) + 1);$

$a_{31} = -\sin(\theta_2) \times \cos(\theta_3) - \cos(\theta_2) \times \sin(\theta_3) \times (\cos(\theta_1) + \sin(\theta_4))$

$a_{32} = (\sin(\theta_2) \times \sin(\theta_3) - \cos(\theta_2) \times \cos(\theta_3)) \times (-\sin(\theta_4) + \cos(\theta_4));$

$a_{34} = (-a_3 \times \cos(\theta_3) \times \sin(\theta_2) - a_3 \times \sin(\theta_3) \times \cos(\theta_2) - a_2 \times \sin(\theta_2) + d_1) \times (a_4 \times \cos(\theta_4) - a_4 \times \sin(\theta_4) + 1).$

2.2 Симмеханика және модельдеу

SimMechanics физикалық модельдеуді Simulink платформасында жүзеге асырады, механиканың негізгі физикалық принциптеріне негізделген жүйелерді

модельдеуді қамтиды. Физикалық модельдеу тікелей Simulink ортасында MatLab-пен тығыз байланыста жүзеге асырылады.

Бірақ Simulink блоктарынан айырмашылығы, математикалық операцияларды жүзеге асыратын және сигналдардағы операциялар, физикалық модель блоктары материалдық құрамдастарды (қатты денелер немесе олардың қосылыстары) көрсетеді.

Simmechanics кітапханаларының блоктары - қажетті еркіндік дәрежесін қамтамасыз ететін буындар арқылы қосылған қатты денелерден тұратын механикалық жүйелерді модельдеу үшін қажетті элементтер. Simulink сияқты, SimMechanics ішкі жүйелер ретінде иерархиялық құрылымы бар механизмдерді көрсетуге мүмкіндік береді. Бар кинематикалық шектеулерді қою, күштер мен моменттерді қолдану, және модельдеу кезінде қозғалыс параметрлерін де өлшейді.

SimMechanics-те модельді әзірлеу.

SimMechanics – механикалық жүйелерді модельдеуге, оны нақты құрамдас бөліктермен толықтыруға және қозғалыстың дифференциалдық теңдеулер жүйесін шешуді қамтамасыз етуге арналған Simulink кеңейтілімі. SimMechanics блоктары бірдей принциптерге негізделген.

Simulink үшін басқа қолданбалардың блоктардың, өзіндік сипаттамалары бар.

SimMechanics дарды қамтитын механизм үлгісін құру болып табылады:

- қатты денелердің массалық-инерциялық сипаттамаларын, олардың еркіндік дәрежелерін анықтау және денелердің координат жүйелеріне сәйкес шектеулер;
- параметрлерді өлшеу үшін виртуалды датчиктер моделіне және механизмнің қозғалысын қамтамасыз ету үшін виртуалды қозғалтқыштарды, сондай-ақ бекітілген күштер мен моменттерді қосу;
- модельдеу процесін бастау (Simulink платформасында жүзеге асырылады) және қозғалысты ол бар шектеулермен тоқтатылғанға дейін зерттеу;
- мамандандырылған графикалық терезеде барлық модельдеу кезінде модельдеу процесін (механизмнің қозғалысын) визуализациялау [6].

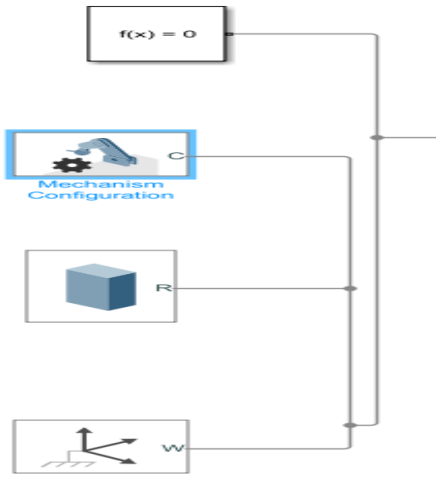
2.3 Simulink-те SimMultibody SimMechanics блоктары

2.2 бөлімдегі ережелерді ескере отырып, Simulink платформасында үш айналу қимыл дәрежесі бар манипуляторлы роботтың қозғалуы визуалды модельделінді. Оны (2.1-2.21) суреттерден көрсе болады.

(2.8) схемада көрсетілгендей, манипуляторға бір негіз және үш буын мен манипуляторлық қол берілді.

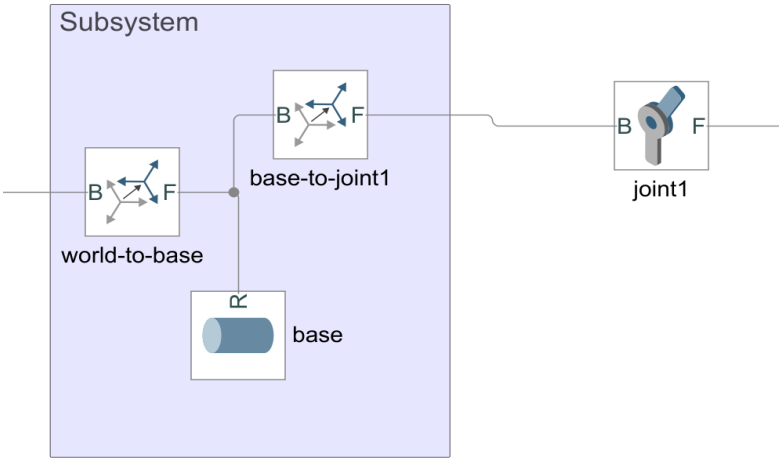
Ең алдымен, әрбір элементке толығырақ тоқталып өтсек 2.1 суретте үш блок берілді, бірінші блок-Solver Configuration ол есептеуге нұсқау береді және есептеу тәсілін таңдайды. Екінші блок-Mechanism Configurstion ол еркін түсу

үдеуін 9,8 және Δ=0,001 береді. Үшінші блок-World Frame ол бастапқы координаталар мәнін береді. Манипулятор еденнен бастап құрылады.



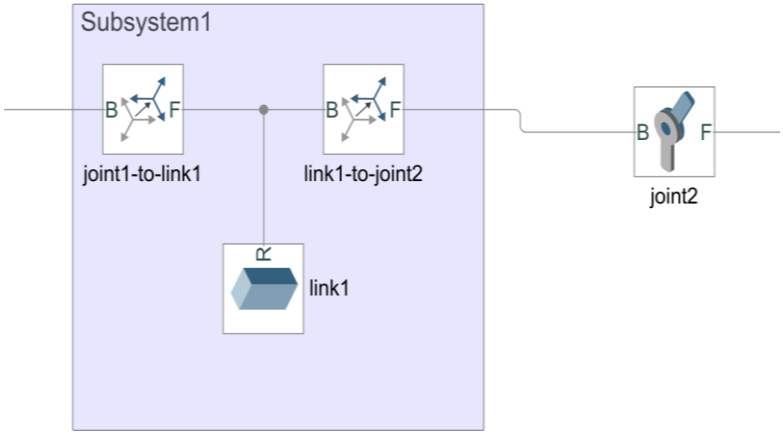
2.1 Сурет – Манипулятор блоктары

2.2 суретте манипулятордың бастапқы блоктары берілген. Мұндағы base-манипулятордың негізі, яғни цилиндр. Цилиндрдің өзінде бір центрлік осы болады, оны MatLab өзі береді. Бізге екі координаталар басын бір-біріне қосу үшін целиндрге екі ось беру керек. Олар world-to-base және base-to-joint1 координаталар басын белгілі бір қашықтыққа үстіге және астыға қозғайды. world-to-base-еден мен цилиндрді ұшымен біріктіреді. base-to-joint1-координаталар өлшемдерін жоғары(үстінгі ұшына) көтереді. Көтерілген нүкте кинематикалық жұппен (айналмалы) біріктіріледі.

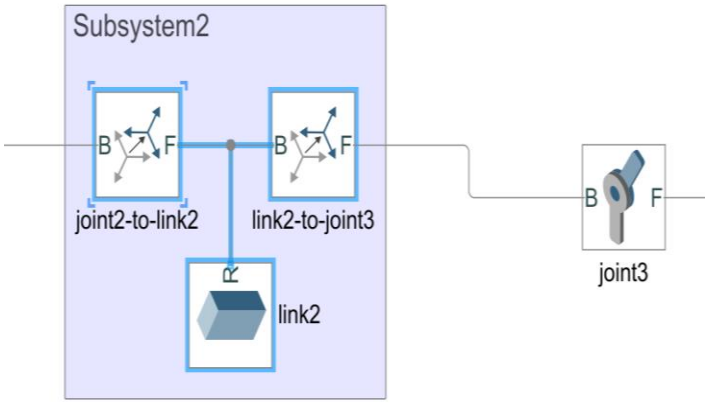


2.2 Сурет – Манипулятордың негізгі буыны

2.3 суретте манипулятордың бірінші буыны көрсетілген. Буындардың атауларын өзімізге ыңғайлы қылып белгілеп алсақ болады. Link1-бірінші буын. Қосылыс нүктелері арқылы блоктарды joint1-to-link1 және link1-to-joint2 бір-біріне жалғанады.

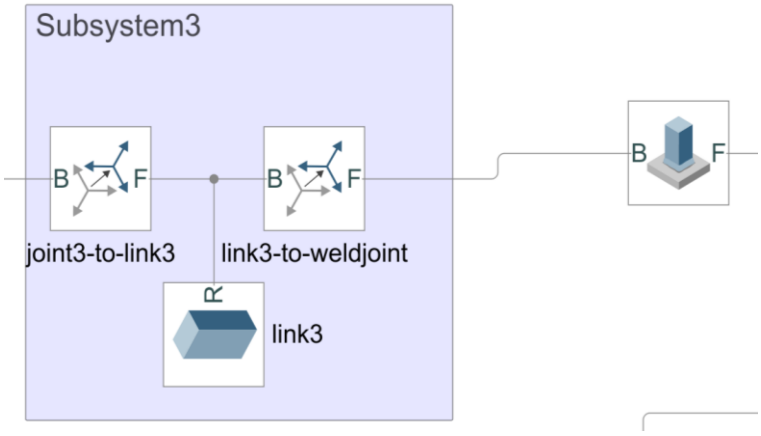


2.3 Сурет – Манипулятордың бірінші буыны



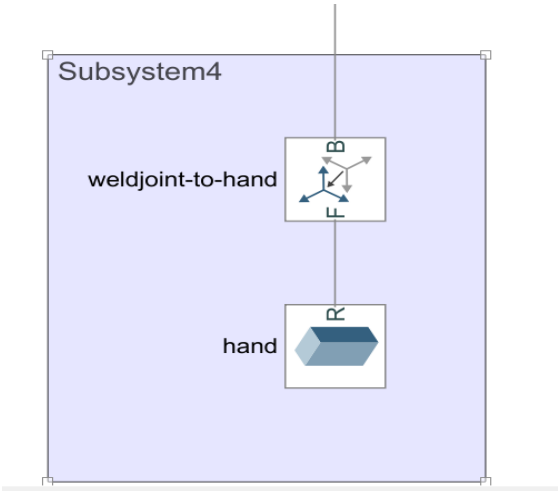
2.4 Сурет – Манипулятордың екінші буыны

2.5 суретте joint3-to-link3 қосылыс нүктесі, ол алдыңғы жұпты үшінші буынмен қосады. link3-to-weldjoint-үшінші буын мен соңғы қозғалмайтын кинематикалық жұпты бір-бірімен қосады. (weld-сварка).

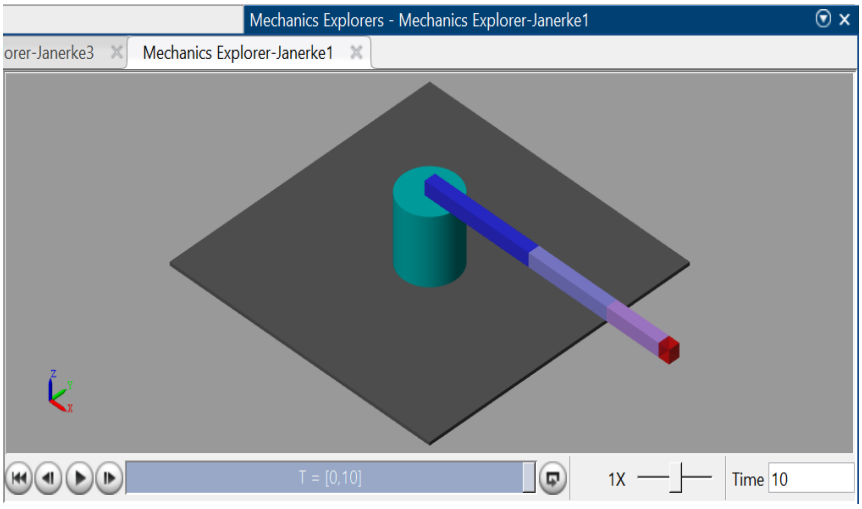


2.5 Сурет – Манипулятордың үшінші буыны

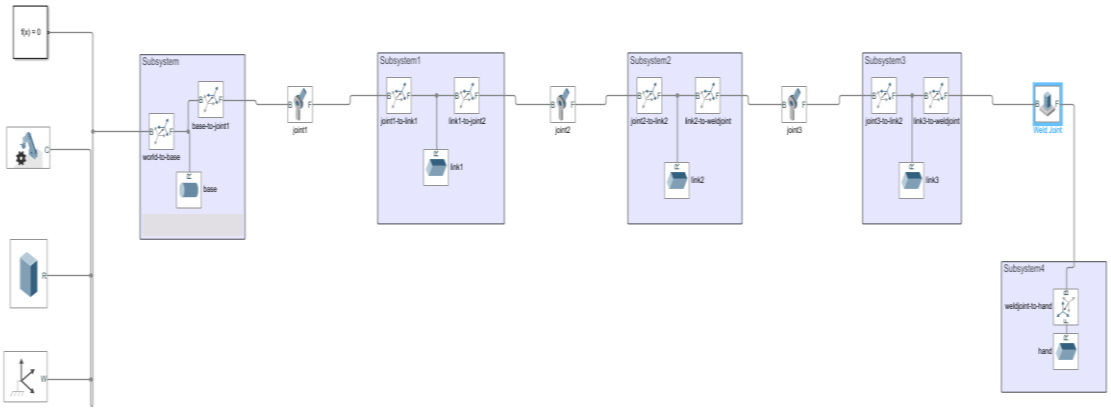
2.6 суретте соңғы жұп, үшінші буын мен инструментті қосады, ол 2.7 суретте қызылмен белгіленді. Оның орнына кез-келген инструмент немесе ұстағыш қоюға болады.



2.6 Сурет – Манипулятордың қолы мен ұшы

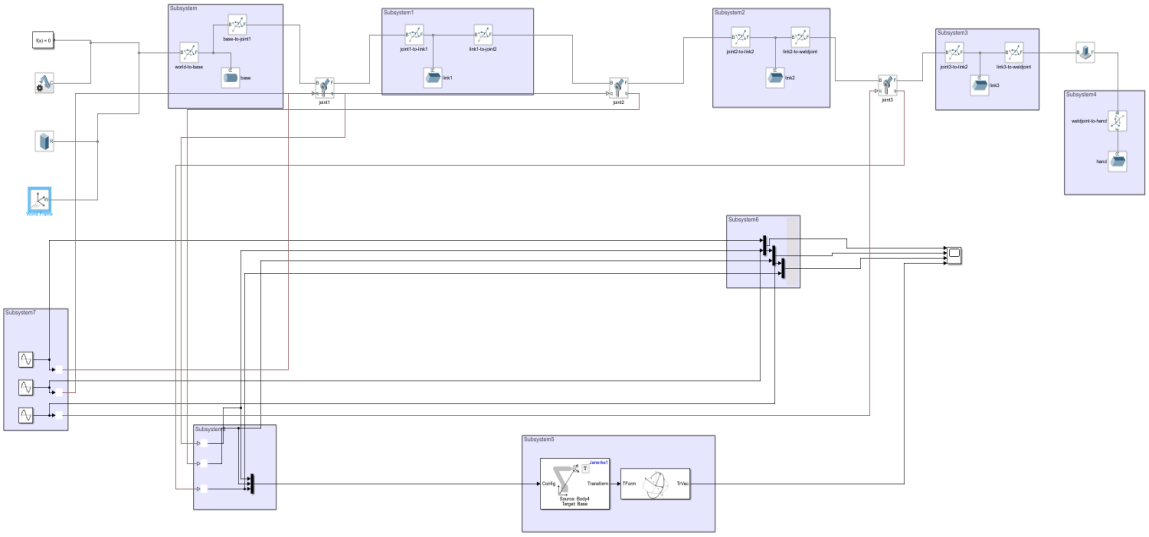


2.7 Сурет – Манипулятор моделы



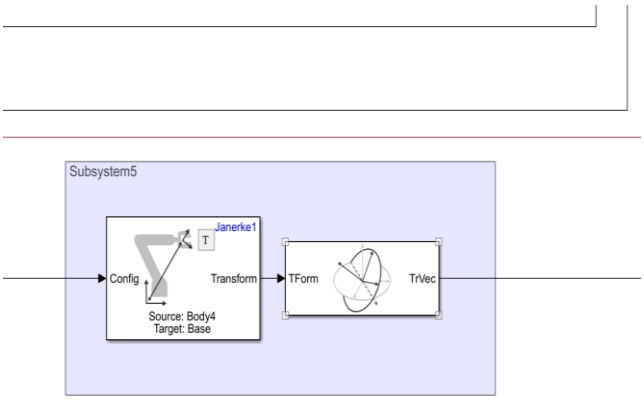
2.8 Сурет – Манипуляторлық блок-схема

2.9 суретте манипулятордың тура кинематикасын санайтын схема берілді. Әр кинематикалық жұпқа бір кіріс және бір шығыс берілді. Кіріске sin-сигналы беріледі, ал шығыс жұп қандай бұрышқа бұрылғанын өлшейді.



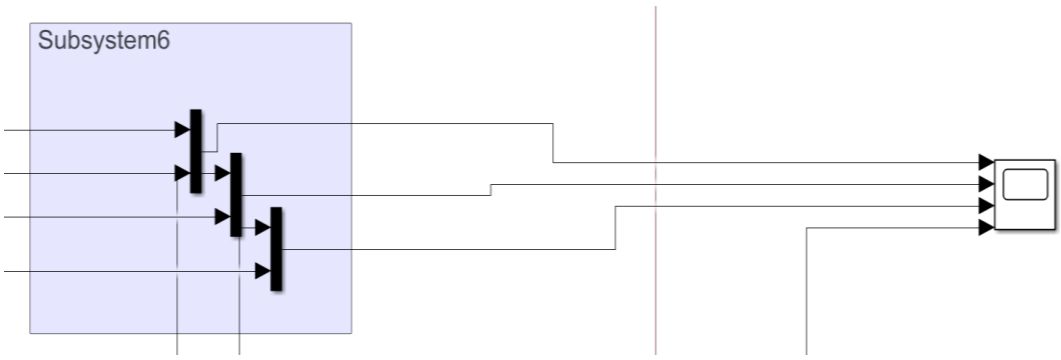
2.9 Сурет – Кинематиканың тура есебін MatLab көмегімен шығару

2.10 суретте тура кинематиканы санайтын блок берілген. Оның кірісіне жұптардың шығысы яғни, жұптар бұрылған бұрыш кіріп жатыр. Ол манипулятор қолының координаталарын есептейді. Деневит пен Хартенберг ережереліне сүйенетін болсақ ол 4x4 матрицасын береді. Бірақ, біз оған графикті шығаратын блок бере алмаймыз, яғни 4x4 матрицасын қабылдай алмайды. Сол жайтты ескере отырып, x,y,z координаталарын түрлендіреміз.



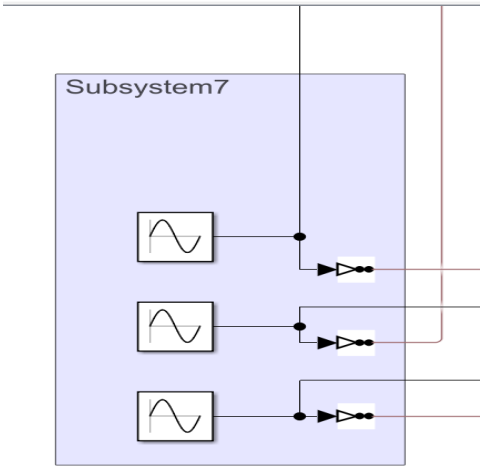
2.10 Сурет – Тура кинематика санайтын блок

2.11 суретте үш Mux бар. Ол екі сигналды біріктіріп, бір-бірімен салыстырады. Біріншісі-sin. Екіншісі-кинематикалық жұптың бұрылған бұрышы.

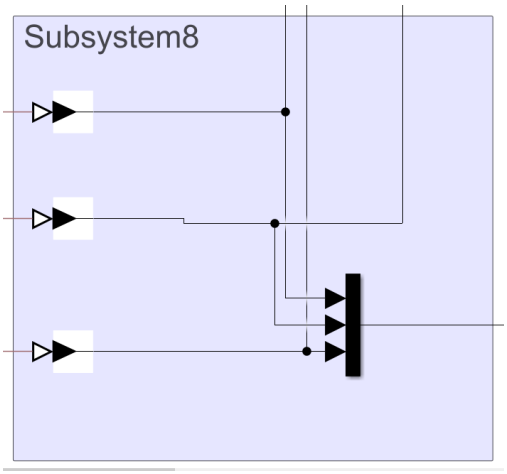


2.11 Сурет – Кинематикалық жұптарды салыстыру

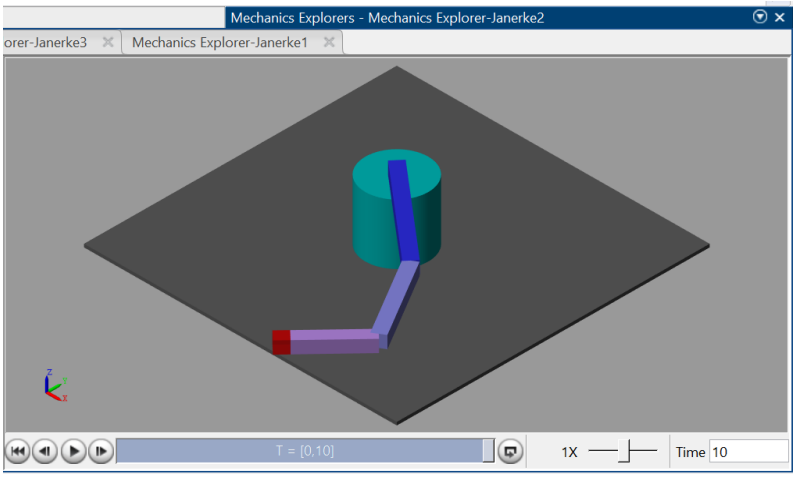
2.12 суретте кіріс сигналдары sin-тар Simulink сигналдарын физикалық шамаға айналдырады.



2.12 Сурет – Simulink сигналдарын физикалық шамаға түрлендіру



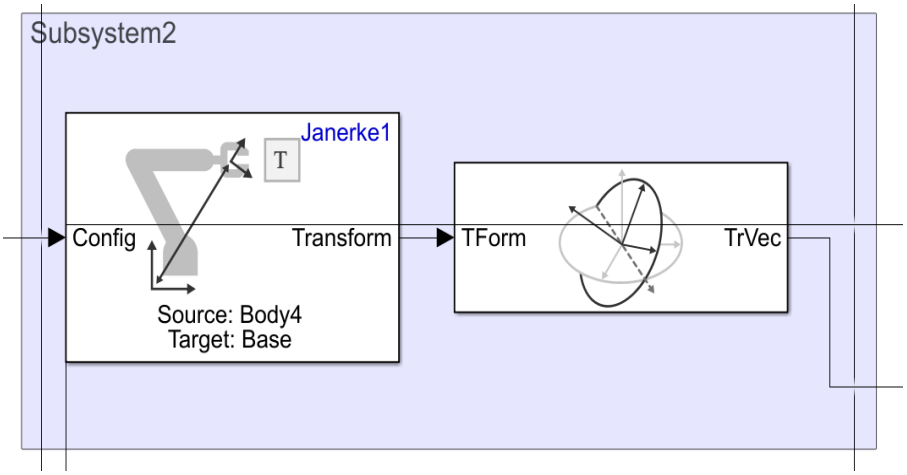
2.13 Сурет – Физикалық шаманы Simulink сигналына түрлендіру



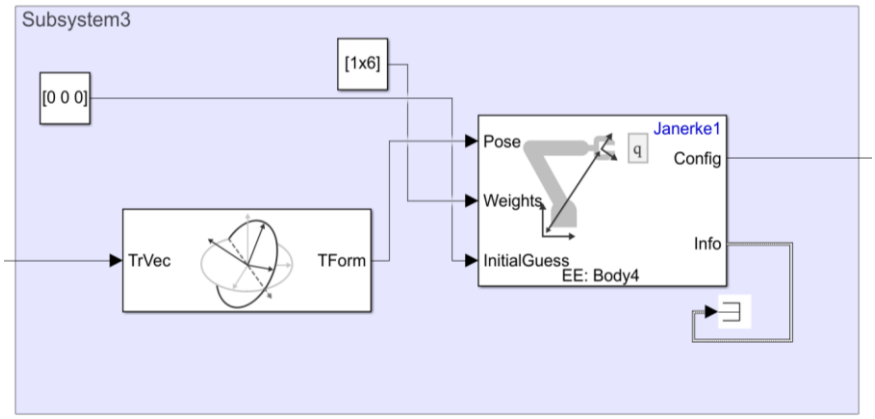
2.14 Сурет – Тура кинематиканың моделі.

2.4 Манипулятордың кері кинематикасы

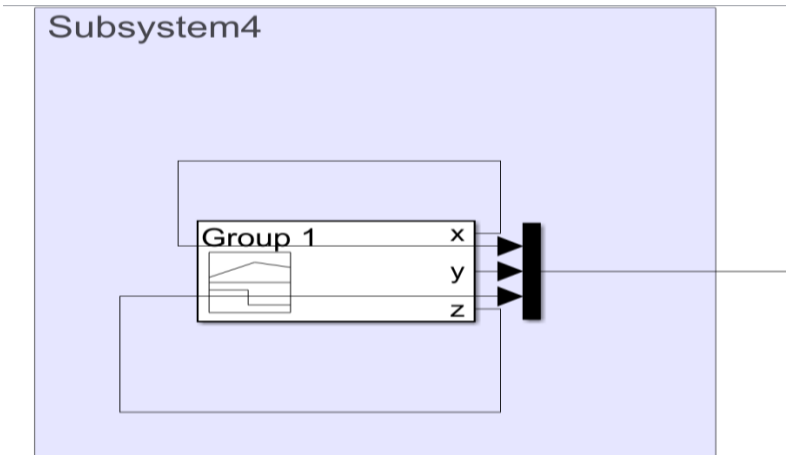
Кері кинематиканы шешу тура кинематикаға қарағанда күрделірек және белгілі бір әдісі жоқ.



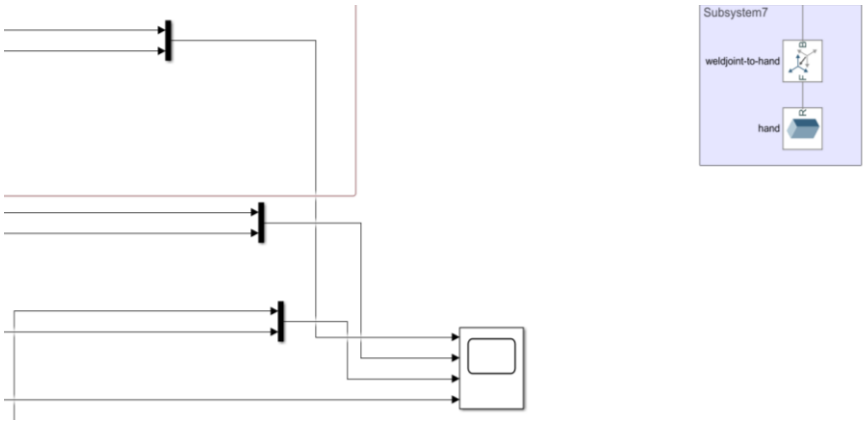
2.15 Сурет – Тура кинематика санайтын блок



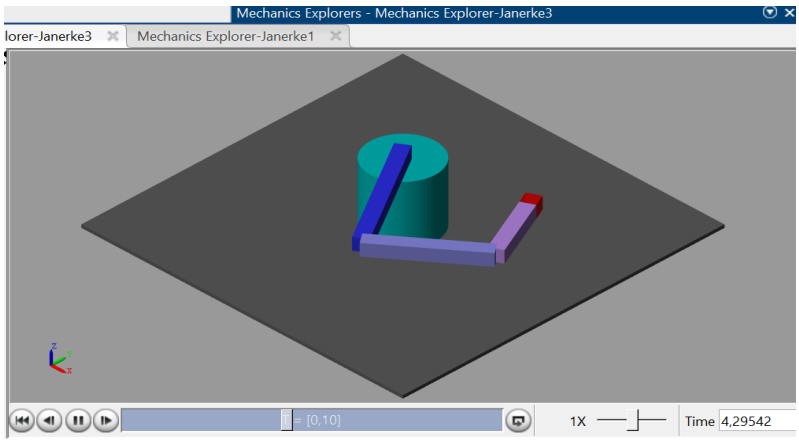
2.16 Сурет – Кері кинематика санайтын блок



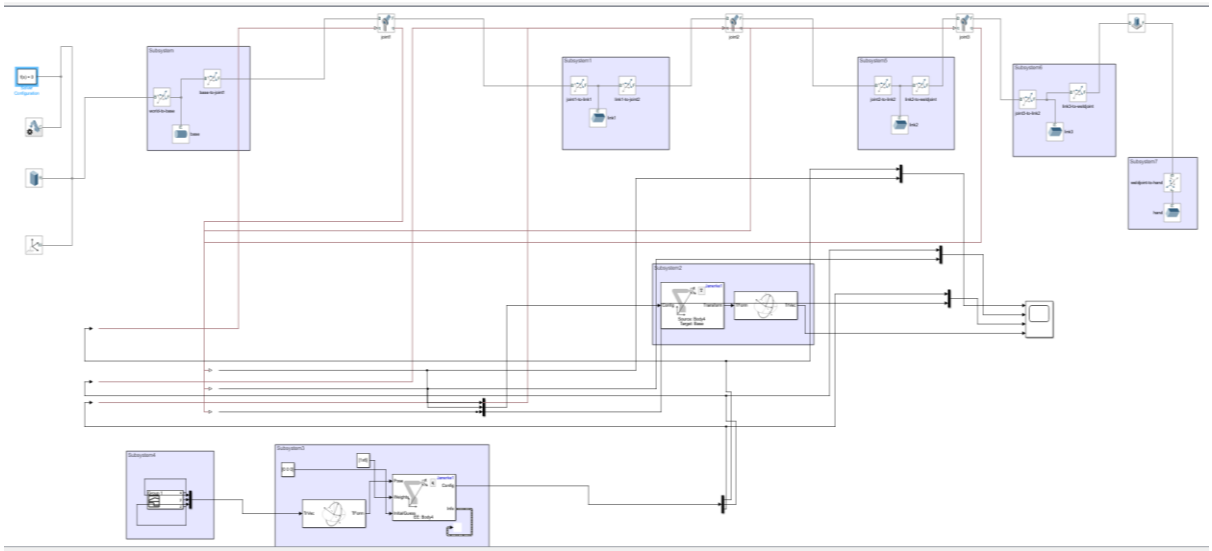
2.17 Сурет – Кіріс сигнал координаталары



2.18 Сурет – Уақыт бойынша график шығару блогы



2.19 Сурет – Кинематиканың кері есебінің моделі



2.20 Сурет – Кинематиканың кері есебін MatLab көмегімен шығару

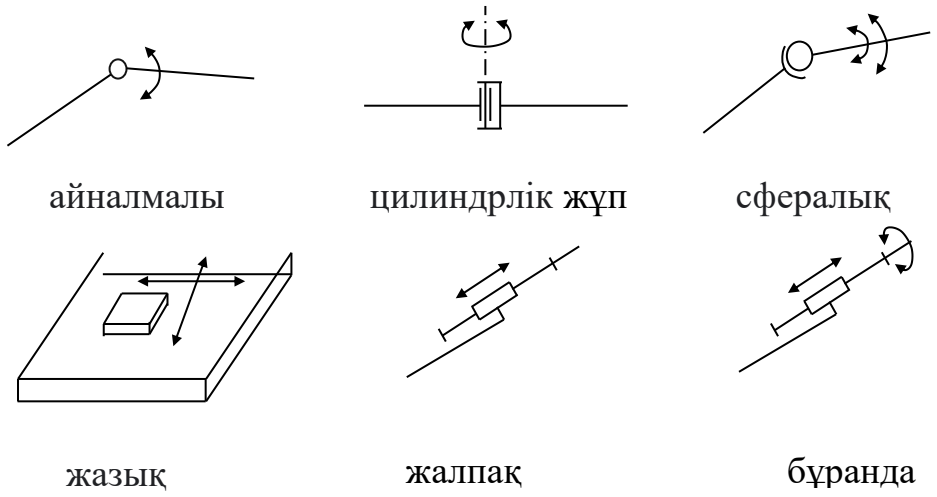
3 Денавит – Хартенбергтің көрінісі

3.1 Элементарлы буындардың түрлері

Механикалық манипулятор айналмалы немесе трансляциялық қосылыстар арқылы қосылған үзбелерден тұрады. Әрбір буын жұбы бір еркіндік дәрежесін қамтамасыз етеді. Демек, N еркіндік дәрежесі бар манипуляторда N жұп үзбе болады, ал 0 үзбесі әдетте осы динамикалық жүйенің инерциялық координаталар жүйесі орналасқан базаға қосылады, ал соңғы үзбе жұмыс құралымымен жабдықталады. Үзбелер мен түйіспелер сөреден манипулятордың тұтқасына дейін өсу ретімен нөмірленеді; осылайша, 1-артикуляция 1-ші буын мен тірек аяқтың қосылу нүктесі болып саналады. Тұйық тізбектер түзілмеуі үшін әрбір буын екіден көп емес буындарға қосылады.

Жалпы жағдайда екі буын бір-біріне қатысты сырғанайтын екі жанасу беті бар элементар буын арқылы қосылады. Бізге алты түрлі элементар буын белгілі: айналмалы, ілгерілемелі (призмалық), цилиндрлік, сфералық, бұрандалы және жалпақ (3.1 Сурет). Манипуляторлардағы буындардың аталған түрлерінің ішінде әдетте тек айналмалы және трансляциялық буындар қолданылады.

Екі буынның түйіскен жерінде і-ші буынның осі анықталады (3.2 Сурет). Бұл осьте оны кесіп өтетін екі норма бар, олардың әрқайсысы буындардың біріне сәйкес келеді.

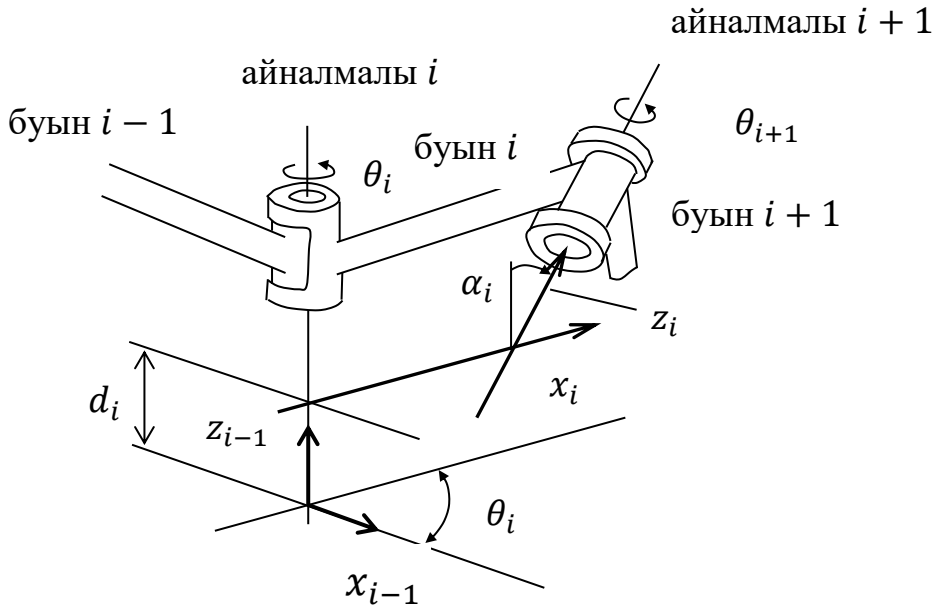


3.1 Сурет - Элементарлы буындардың түрлері

Қосылған екі буынның (і-1 байланысы және і сілтемесі) салыстырмалы орны мәнмен анықталады $-d_1$ артикуляция осі бойымен есептелетін осы нормалар арасындағы қашықтық. Нормалдар арасындағы бекітілген бұрыш θ_1 артикуляция осіне перпендикуляр жазықтықта өлшенеді. Осылайша, d_1 және θ_1

іргелес сілтемелер арасындағы қашықтық пен бұрыш деп атауға болады. Олар көршілес буындардың салыстырмалы орнын анықтайды [7].

I буыны (i=1, 2, 3, . . , n) екіден көп емес буындарға қосылады (i – 1-ші және i+1-ші буындар); осылайша, i-ші буынның екі көршілес байланыс нүктелерінде екі артикуляциялық ось анықталады. Үзбелердің кинематика тұрғысынан маңызды қасиеті олардың іргелес қосылыстарының салыстырмалы орналасу конфигурациясын өзгеріссіз сақтауы, α_i және a_i параметрлерімен сипатталады. Параметр ретінде a_i сәйкесінше z_{i-1} і-ші және і+1-ші буындардың осьтері арасындағы z_{i-1} ең қысқа қашықтық таңдалады және олардың ортақ нормасы бойынша өлшенеді. α_i - олардың ортақ нормальына перпендикуляр жазықтықта өлшенген қосылыстар осьтерінің арасындағы бұрыш болып табылады. Осылайша, a_i және α_i сәйкесінше і-ші буынның ұзындығы мен бұралу бұрышы ретінде қарастыруға болады. Бұл параметрлер і-ші буынның конструкциялық ерекшеліктерін сипаттайды.



3.2 Сурет - Координаттар жүйесі және оның параметрлері

Сонымен, манипулятордың әрбір буынымен төрт параметр байланысты: Егер $a_i, \alpha_i, d_i, \theta_i$ осы параметрлер үшін белгілерді таңдау ережесі орнатылған болса, онда олар манипулятордың әрбір буынының кинематикалық схемасын сипаттау үшін жеткілікті жиынтықты құрайды. Бұл параметрлерді екі жұпқа бөлуге болады: буын дизайнын сипаттайтын сілтеме параметрлері (a_i, α_i) және іргелес буындардың салыстырмалы орнын сипаттайтын артикуляциялық параметрлер (d_i,θ_i).

Көршілес буындар арасындағы айналмалы және трансляциялық байланыстарды сипаттау үшін Денавит пен Хартенберг кинематикалық тізбектің әрбір буынымен байланысты координаталық жүйелерді тұрғызу үшін матрицалық әдісті ұсынды. Денавит-Хартенберг ұсынуының (ДХ-көрсетілімі) мағынасы 4×4 өлшемі бар және алдыңғы буынның координаталар жүйесіне

қатысты әрбір буынның координаталар жүйесінің орнын сипаттайтын біртекті түрлендіру матрицасын құру болып табылады. Бұл манипулятор ұстағышының координаталарын соңғы сілтемемен байланысты эталондық жүйеден, қарастырылып отырған динамикалық жүйе үшін инерциялық координаттар жүйесі болып табылады, базалық анықтамалық жүйеге дәйекті түрде түрлендіруге мүмкіндік береді.

Негізгі координаталар жүйесінен басқа оның түйісу осіндегі әрбір буын үшін ортонормальді декарттық координаталар жүйесі (x_i, y_i, z_i) анықталады, мұндағы i=1, 2. . . n, ал n - манипулятордың еркіндік дәрежелерінің санына тең. Айналмалы буын тек бір ғана еркіндік дәрежесіне ие болғандықтан, манипулятордың әрбір координат жүйесі (x_i, y_i, z_i) (i+1)-ші буынға сәйкес келеді және i-ші буынмен байланысты. Қуат жетегі i-ші буында қозғалысты бастағанда, i-ші буын (i-1)-ші буынға қатысты қозғала бастайды. I-ші координаталар жүйесі i-ші буынға қосылғандықтан, онымен бірге қозғалады. Осылайша, n-ші координаттар жүйесі манипулятордың соңғы n-ші буынымен бірге қозғалады. Негізі нөлдік координаталар жүйесі $(x_{0,} y_0, z_0)$, ол манипулятордың инерциялық координаталар жүйесі болып табылады. Сонымен, алты буынды Puma манипуляторы үшін жеті координат жүйесі анықталуы керек, атап айтқанда $(x_{0,} y_0, z_0)$, (x_i, y_i, z_i) , . . . , (x_6, y_6, z_6). Әрбір координат жүйесі келесі үш ереже негізінде құрылады:

Ось i-ші буынның z_{i-1} осі бойымен бағытталған.

Ось x_i осьіне z_{i-1} перпендикуляр және одан алыс бағытталған.

Ось y_i осьтерді x_i, z_i толықтырады , оңға декарттық координаталар жүйесі.

Бұл ережелер z_0 ось бірінші буынның осі бойымен бағытталған жағдайда 0-ші координат жүйесін таңдауда еркіндік береді. Соңғы, n-ші координаталар жүйесін x_n ось z_{n-1} осіне перпендикуляр болған жағдайда n-ші буынның ерікті нүктесінде де таңдауға болады.

Тұтас буындардың ДХ көрінісі әрбір сілтемеге сәйкес төрт геометриялық параметрге байланысты. Бұл төрт параметр кез келген айналу немесе z_{i-1} трансляциялық қозғалысты толығымен сипаттайды және 3.1 суретке сәйкес келесідей анықталады:

- θ_i бекітілген бұрыш – оз осымен бірге бағытталғандай етіп ось x_{i-1} айналасында айналуы керек бұрыш x_i (белгі оң қол ережесіне сәйкес анықталады);

d_i- осьтің z_{i-1} осьпен x_i қиылысуы мен координаттарының координаттар жүйесінің арасындағы қашықтық z_{i-1} (ось бойымен есептелетін i-1 координаталар жүйесінің);

a_i - сызықтық орын ауыстыру -z_{i-1} осьтің x_i осімен қиылысуы мен ось бойымен есептелетін i-ші координаталар жүйесінің басы арасындағы қашықтық x_i, яғни осьтер арасындағы ең қысқа қашықтық z_{i-1} және z_i ;

α_i - бұрыштық орын ауыстыру – ось z_{i-1} осімен x_i тең бағытта болатындай x_i етіп айналуы керек бұрыш z_i (белгі оң қол ережесіне сәйкес анықталады).

Айналмалы қосылыстар үшін d_i, a_i, және α_i параметрлері роботтың берілген түрі үшін тұрақты болып табылатын қосылыстың сипаттамалары. Сонымен бірге θ і-ші буынның (і - 1)-шіге қатысты қозғалысы (айналуы) кезінде өзгеретін айнымалы. Трансляциялық буындар үшін, а , d_i және θ_i, a_i, α_i - қосылыстың сипаттамалары, берілген робот үшін өзгермеген а және d_i - айнымалы мән [8].

3.2 Консистенциялы координаталар жүйесінің тізбегін құру процедурасының сипаттамасы

Төмендегі алгоритм манипулятордың сілтемелерімен байланысты дәйекті координаттар жүйелерінің тізбегін құру процедурасын сипаттайды. Алгоритм буындардың ортонормальдық координаталық жүйелерін құрудың жоғарыда келтірілген үш негізгі ережесіне негізделген және буындар мен буындар параметрлерінің геометриялық мағынасын ескереді.

n еркіндік дәрежесі бар манипулятордың әрбір буыны үшін бұл алгоритм ортонормальді координаталар жүйесін құрайды. Координаталық жүйелерді таңдау адам қолының конфигурациясына ұқсас манипулятордың конфигурациясын ескере отырып жасалады. Координаталар жүйесі манипулятордың тұтқасына дейін өсу ретімен нөмірленеді. Көршілес буындардың өзара орналасуы 4×4 өлшемдері бар біртекті түрлендіру матрицасы арқылы сипатталады. Жүйелердің мұндай құрылысының мәні оның кинематикасының кері есебін шешудің дәйекті процедурасын жасауға мүмкіндік беретіндігінде жатыр.

1. Негізгі координаталар жүйесін құру. z_0 осін 1-ші буын осінің бойымен манипулятордың «иығына» бағыттау арқылы базиспен байланысты оң ортонормальдық координаталар жүйесін (x_0, y_0, z_0) жасаймыз. x_0 және y_0 осьтері z_0 осіне перпендикуляр болған жағдайда ерікті түрде таңдалуы мүмкін.

2. Басталуы және циклі. Барлық $i(i = 1, 2, \ldots, n-1)$ үшін Е3-Е6 қадамдарын орындаймыз.

3. Артикуляциялық осьтердің қалыптасуын z_i бойымен бағыттаймыз. Сол-оң конфигурациясы бар манипуляторлы роботтар үшін z_1 және z_2 осьтері иыққа және манипулятордың жалпы бағытына қарай бағытталған.

4. і-ші координаталар жүйесінің басының қалыптасуы. z_i және z_{i-1} осьтерінің z_i осімен қиылысында і-ші координат жүйесінің бастапқы орны табылады.

5. Осьтің қалыптасуы. z_i бірлік векторын келесідей таңдаймыз: $x_i = \pm(z_{i-1} \times z_i) \,/\, \|(z_{i-1} \times z_i)\|$ немесе z_{i-1} және z_i осіне ортақ перпендикуляр бойымен, егер олар дұрыс болса параллель болады.

6. y_i осінің қалыптасуы.y_i $(z_i \times x_i)$ / $\|z_i \times x_i\|$ қоямыз, осылайша оң жақ координаталар жүйесін алынады. (9-12 қадамдары үшін қажет болса, z_i және x_i осьтерімен жалғасады.)

7. Тұтқыш координаталар жүйесін құру. Әдетте, n-ші буын айналмалы болып табылады. z_n осін $z_{(n-1)}$ осі бойымен және роботтан алыс бағыттау арқылы қалыптастырылады. x_n осін z_{n-1} және z_n осьі перпендикуляр болатындай етіп таңдалады. y_n осі жүйені оң жақ үштікке дейін аяқтайды.

8. Буын және буындардың параметрлерін анықтау. Әрбір i (i = 1, ..., n) үшін 9 - 12 қадамдары орындалады.

9. d_i анықтамасы.$d_i - z_{(i-1)}$осі бойымен өлшенетін (i - 1)-ші координаталар жүйесінің басынан z_{i-1} осінің x_i осімен қиылысуына дейінгі қашықтық. Егер i-ші буын трансляциялық болса, d_i байланысты айнымалы болады.

10. a_i анықтамасы. $a_i - z_{(i-1)}$ осінің x_i осімен қиылысуы мен x_i осі бойымен өлшенетін i-ші координаталар жүйесінің басы арасындағы қашықтық.

11. θ_i анықтамасы.$\theta_i - x_{(i-1)}$ осін x_i осімен бірге бағытталған болатындай етіп $z_{(i-1)}$ осінің айналасында бұру керек бұрыш. Егер i-ші буын айналмалы болса, онда θ_i байланысты айнымалы болады.

12. a_i анықтамасы. $a_i - z_{(i-1)}$) осі z_i осімен бірге бағытталған болатындай x_i осінің айналасында айналуы керек бұрыш [9].

3.3 Деневит Хартенберг түрлендіру матрицасы

Барлық буындар үшін ДХ-координаталар жүйелері құрыла салысымен, i-ші және (i - 1)-ші нүктелерді қосатын біртекті түрлендіру матрицаларын салу қиын емес. Координат жүйелері 3.2 суретте i-ші координаталар жүйесінде берілген r_i нүктесінің координаталары (i-1)-ші координаталар жүйесіне қатысты сол нүктенің $r_{(i-1)}$координаталарына келесі әрекеттерді орындай отырып түрлендіруге болатыны көрсетілген операциялардың реттілігі:

1) $x_{(i-1)}$ осі x_i осімен бірге бағытталған болатындай етіп $z_{(i-1)}$) осінің айналасында θ_i бұрышқа бұрылады.

2) $x_{(i-1)}$ және x_i осін туралау үшін z_{i-1} осінің бойымен d_i қашықтыққа жылжытылады.

3) Бастапқыларды сәйкестендіру үшін x_i осі бойымен a_i қашықтықта жылжиды.

4) x_i осінің айналасында a_i бұрышына айналу, нәтижесінде координаталық жүйелер сәйкес келеді.

Осы төрт операцияның әрқайсысы біртекті элементар айналу-жылжу матрицасы арқылы сипатталуы мүмкін және мұндай матрицалардың туындысы i және i-1 сандары бар көрші координаталық жүйелер үшін ДХ түрлендіру

матрицасы деп аталатын біртекті күрделі түрлендіру матрицасын береді. Осылайша, біз

$$T_{z,d}\,T_{z,\theta}T_{x,a}T_{x,a} =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} cos\theta_i & -sin\theta_i & 0 & 0 \\ sin\theta_i & cos\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & cos\alpha_i & -sin\alpha_i & 0 \\ 0 & sin\alpha_i & cos\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos\theta_i & -csa_i sin\theta_i & sin\alpha_i\theta_i & a_i cos\theta_i \\ sin\theta_i & cos\alpha\alpha_i cos\theta_i & -sin\alpha_i cos\theta_i & a_i sin\theta_i \\ 0 & sin\alpha_i & cos\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Кері матрицаның , к ${}^{i-1}A_i$, α пішіні бар

$$\left[{}^{i-1}A_i\right]^{-1} = {}^{i}A_{i-1} = \begin{bmatrix} cos\theta_i & sin\theta_i & 0 & -a_i \\ -cos\alpha_i sin\theta_i & cos\alpha_i cos\theta_i & sin\alpha_i & -d_i sin\alpha_i \\ sin\alpha_i sin\theta_i & -sin\alpha_i cos\theta_i & cos\alpha_i & -d_i cos\alpha_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

мұндағы α_i, a_i, d_i тұрақтылар және θ_i байланысты айнымалы, егер қарастырылатын буын айналмалы болса,трансляциялық артикуляция үшін байланысты айнымалы d_i және α_i, a_i және θ_i тұрақтылар болып табылады. Бұл жағдайда ол ${}^{i-1}A_i$ пішінді алады [10]

$${}^{i-1}A = T_{z,\theta}T_{z,d}T_{x,a} = \begin{bmatrix} cos\theta_i & -cos\alpha_i sin\theta_i & sin\alpha_i sin\theta_i & 0 \\ sin\theta_i & cos\alpha_i cos\theta_i & -sin\alpha_i cos\theta_i & 0 \\ 0 & sin\alpha_i & cos\alpha_i & -d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

және кері матрицасы к ${}^{i-1}A_i$, тең

$${}^{i-1}A = {}^{i}A_{i-1} = \begin{bmatrix} cos\theta_i & sin\theta_i & 0 & 0 \\ -cos\alpha_i sin\theta_i & cos\alpha_i cos\theta_i & sin\alpha_i & -d_i sin\alpha_i \\ sin\alpha_i sin\theta_i & -sin\alpha_i cos\theta_i & cos\alpha_i & -d_i cos\alpha_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Матрицаны пайдалана отырып ${}^{i-1}A_i$, р нүктесінің і-ші координаталар жүйесіне қатысты біртекті координаталарын (р нүктесі і-ші координаталар жүйесінде тыныштықта) осы нүктенің (і) қатысты біртекті координаталарымен байланыстыруға болады. 1-ші сілтеме жүйесі (і - 1) - m сілтемемен байланысты. Бұл байланыс теңдік арқылы белгіленеді

$$p_{i-1} = {}^{i-1}A_i P_i \quad (3.5)$$

3.4 Координаталық түрлендіру матрицалары

Базалық координаталар ${}^{0}T_i$ жүйесіне қатысты і-ші координаталар жүйесінің орнын анықтайтын біртекті түрлендіру матрицаларының тізбегінің туындысы болып табылады және ${}^{i-1}A_i$ пішіні бар

$$ {}^{0}T_i = {}^{0}A_1 {}^{1}A_2 \ldots {}^{i-1}A_i = \prod_{j=1}^{i} {}^{j-1}A_j = \begin{bmatrix} x_i & y_i & z_i & p_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^{0}R_i & {}^{0}p_i \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad (3.6) $$

үшін $i=1, 2, \ldots, n$.

Мұндағы $[x_i, y_i, z_i]$ - негізгі координаталар жүйесіне қатысты і-ші сілтемемен байланысты і-ші координаттар жүйесінің бағдарын анықтайтын матрица. Бұл ${}^{0}T_i$, 3×3 өлшемі бар матрицаның сол жақ жоғарғы ішкі матрицасы p_i - негізгі координаталар жүйесінің басын і-ші координаталар жүйесінің басымен байланыстыратын вектор. Бұл 3×1 өлшемі бар матрицаның жоғарғы оң жақ ішкі матрицасы.

Атап айтқанда, і=6 болғанда біз $T = {}^{0}A_0$, негізгі координаттар жүйесіне қатысты манипулятор ұстағышының орнын және бағдарын анықтайтын матрицаны аламыз. Бұл матрица манипулятордың кинематикасын сипаттауда жиі қолданылатыны сонда, оны «манипулятор матрицасы» деп атайды. Т матрицасы келесі түрге ие болсын делік:

$$ T = \begin{bmatrix} x_6 & y_6 & z_6 & p_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^{0}R_6 & {}^{0}p_6 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & s & a & p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_x & s_x & a_x & p_x \\ n_y & s_y & a_y & p_y \\ n_z & s_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad (3.7) $$

n – ұстағыштың қалыпты векторы. Ұстағыш саусақтарының жазық-параллель қозғалысы жағдайында бұл вектор манипулятордың саусақтарына перпендикуляр болады.

s – ұстағыштың жанама векторы. Ол қармақ саусақтарының қозғалу жазықтығында жатады және тұтқаны ашу және жабу кезінде саусақтардың қозғалыс бағытын көрсетеді.

a - ұстағышқа жақындау векторы. Ол ұстағыштың алақанына нормаль бойымен бағытталған (яғни, аспаптың ұстағышқа бекітілу жазықтығына перпендикуляр).

p – ұстағыштың орналасу векторы. Бұл вектор негізгі координаталар жүйесінің басынан бастап, әдетте, толық сығылған саусақтардың геометриялық орталығы болып табылатын нүктеде орналасқан ұстағыш координаталар жүйесінің басына бағытталады.

Егер манипулятордың абсолютті кеңістіктегі орны В матрицасы арқылы анықталса, ал манипулятордың тұтқасында құрал бекітілген болса, оның координаттар жүйесіндегі орны тұтқаның Н матрицасы арқылы анықталады,

онда манипулятордың орны абсолютті координаталар жүйесіне қатысты құралдың жұмыс бірлігі B, ${}^{0}T_0$ және H матрицаларының көбейтіндісі арқылы беріледі, яғни [11].

$$ {}^{абс}T_{инстр} = B\,{}^{0}T_6 H. \qquad (3.8) $$

Сонда, H $\equiv^{6} A_{инстр}, B \equiv^{абс} A_0$.

Алты буынды манипулятор үшін тура кинематикалық есептің шешімі осылайша $T =^{0} A_6$ алты матрицаның дәйекті көбейтуін қолданатын есептеу мәселесі болып табылады . Кинематиканың тура есебінің шешімі берілген $[q = (q_1, q_2, \dots q_6)]$^T үшін жалғыз T матрицасына және қозғалмайтын координат жүйелеріне әкелетінін ескереміз, мұндағы $q_i = \theta_i$ айналмалы буын үшін және $q_i = d_i$ үшін аударма буын. Шектеулер тек манипулятордың әрбір қосылысы үшін θ_i өзгерісінің физикалық шектерімен анықталады.

Координаталық түрлендіру матрицаларын анықтағаннан кейін келесі тапсырма - әмбебап компьютердің көмегімен T матрицасын есептеудің тиімді әдісін табу. Ең тиімдісі – барлық алты матрицаның аналитикалық көбейтуінен тұратын әдіс, одан кейін алынған формулалар бойынша T матрицасының элементтерін компьютерде есептеу. Бұл әдістің кемшіліктері, біріншіден, алты матрицаның көбейтіндісін есептеудің күрделілігі ${}^{i-1}A_i$ және екіншіден, әрбір манипулятор матрицасы өте нақты таңдауы бар роботтың белгілі бір түріне сәйкес келуіне байланысты әдістің икемділігінің болмауы, координат жүйелері.

Екінші жағынан, біз барлық алты матрицаны ${}^{i-1}A_i$ компьютерге енгізіп, оларды көбейту үшін пайдалана аламыз. Бұл әдіс ыңғайлы, бірақ көп есептеу уақытын қажет етеді және бұл матрицалардың төртінші қатары ${}^{i-1}A_i$ негізінен нөлдерден тұруы шарт.

Икемді және жеткілікті жылдам әдіс алу үшін бірінші және соңғы үш матрицаны ${}^{i-1}A_i$, «қолмен» көбейту болып табылады,$T_1 =^{0} A_1{}^{1}A_2{}^{2}A_3$ және $T_1 =^{3} A_4{}^{4}A_5{}^{5}A_6$ бұл өте қарапайым тапсырма. Содан кейін бағдарламада T_1, T_2 матрицаларының элементтеріне арналған нақты өрнектер пайдаланылады, оған сәйкес компьютер $T = T_1 T_2$ манипулятор матрицасын құра отырып, осы матрицаларды сандық көбейтуді орындайды [12].

3.5 Эйлер бұрыштары арқылы бағдарлауды сипаттау

Жалпыланған координаталардың толық жүйесі Эйлер бұрыштары α, θ, ψ болып табылады. Эйлер бұрыштары бойынша (1.16) теңдеудегідей жазылған айналу матрицасын пайдаланып, манипулятор матрицасын ${}^{0}\boldsymbol{T}_6$ келесі түрде көрсетуге болады:

$$
{}^{0}T_6 = \begin{bmatrix} C\varphi C\psi - S\varphi S\theta S\psi & -C\varphi S\psi - S\varphi C\theta C\psi & S\varphi S\theta & p_x \\ S\varphi C\psi + C\varphi C\theta S\psi & -C\varphi S\psi - C\varphi C\theta C\psi & -C\varphi S\theta & p_y \\ S\theta S\psi & S\theta C\psi & C\theta & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.9}
$$

Эйлер бұрыштары арқылы бағдарлауды сипаттаудың артықшылығы объектінің кеңістіктегі орны мен бағдары туралы барлық ақпарат XYZφθψ алты өлшемді векторында қамтылады. Бұл векторды біле отырып және (3.4) теңдігін қолданып, матрицаны құру оңай ${}^{0}T_6$.

Домалау, қадамдық және иілу бұрыштары бойынша бағдарлауды сипаттау. Айналдыруды сипаттайтын Эйлер бұрыштарының тағы бір жүйесі орамдық, қадамдық және иілу (КТП) бұрыштары болып табылады. КТП координатасында дененің айналуын сипаттайтын теңдікті (3.10) пайдаланып, ${}^{0}T_6$ түрдегі манипулятор матрицасын аламыз .

$$
{}^{0}T_6 = \begin{bmatrix} C\varphi C\theta & C\varphi S\theta S\omega - S\varphi C\psi & C\varphi S\theta C\psi + S\varphi S\theta\psi & p_x \\ S\varphi C\theta & S\varphi S\theta S\psi + C\varphi C\psi & S\varphi S\theta C\psi - C\varphi S\psi & p_y \\ -S\theta & C\theta S\psi & C\theta C\psi & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.10}
$$

Манипуляторлардың ψ әртүрлі типтері бар (пайдаланылатын буын түрлеріне байланысты, XYZ-манипулятор, цилиндрлік, сфералық, аралас типті манипулятор). Осыған байланысты манипулятор ұстағышының $(p_x, p_y, p_z)^T$ жағдайын, мысалы, сфералық немесе цилиндрлік координаттарда сипаттауға болады. Алынған манипулятор матрицасын келесі теңдеуден алуға болады:

$$
{}^{0}T_6 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p_x \\ 0 & 1 & 0 & p_y \\ 0 & 0 & 1 & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} & & & 0 \\ & {}^{0}R_6 & & 0 \\ & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \tag{3.11}
$$

айналу матрицасы ${}^{0}R_6$ Эйлер бұрыштарымен немесе [n,s,a] векторларымен өрнектеледі.

Цилиндрлік координаталар жүйесінде ұстағыштың орны айналудың және ығысудың келесі түрлендірулерімен анықталады.

1. OX ($T_{x,r}$) бойымен r бірлікке жылжу.
2. OZ ($T_{z,\alpha}$) осіне қатысты α бұрышы арқылы айналу.
3. OZ ($T_{z,d}$) осі бойымен d бірлікке жылжыту.

Жоғарыда көрсетілген түрлендірулердің нәтижесін анықтайтын біртекті матрицаны келесі түрде көрсетуге болады:

$$T_{\text{цил}} = T_{z,d}T_{z,\alpha}T_{x,r} =$$
$$\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\0 & 1 & 0 & 0\\0 & 0 & 1 & d\\0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \times \begin{bmatrix}C\alpha & -S\alpha & 0 & 0\\S\alpha & C\alpha & 0 & 0\\0 & 0 & 1 & 0\\0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \times \tag{3.12}$$
$$\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & r\\0 & 1 & 0 & 0\\0 & 0 & 1 & 0\\0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}C\alpha & -S\alpha & 0 & rC\alpha\\S\alpha & C\alpha & 0 & rS\alpha\\0 & 0 & 1 & d\\0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

Бізді тек позиция векторы (яғни, $T_{\text{цил}}$ матрицасының төртінші бағаны) қызықтыратындықтан, манипулятор матрицасын ${}^0T_6$ келесідей көрсетуге болады.

$${}^0T_6 = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & rC\alpha\\0 & 1 & 0 & rS\alpha\\0 & 0 & 1 & d\\0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} & & & 0\\ & {}^0R_6 & & 0\\ & & & 0\\0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}, \tag{3.13}$$

мұндағы, $p_x = rC\alpha, p_y = rS_a, p_z = d.$

Сфералық координаталардағы ішкі матрицаның орналасуы. Сондай-ақ, ұстағыштың орнын анықтау үшін сфералық координаттар жүйесін пайдалануға болады. Бұл жағдайда ұстағыштың жағдайы келесі түрлендірулермен анықталады:

1. OZ($T_{z,r}$) осі бойынша r бірлікке жылжыту.
2. OY($T_{y,\beta}$) осінің айналасындағы β бұрышы арқылы айналу .
3. OZ ($T_{z,\alpha}$) осінің айналасындағы α бұрышы арқылы айналу .

Көрсетілген түрлендірулердің нәтижесін сипаттайтын матрица тең

$$T_{\text{сф}} = T_{z,\alpha}T_{y,\beta}T_{z,r} =$$
$$\begin{bmatrix}C\alpha & -S\alpha & 0 & 0\\S\alpha & C\alpha & 0 & 0\\0 & 0 & 1 & 0\\0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \times \begin{bmatrix}C\beta & 0 & S\beta & 0\\0 & 1 & 0 & 0\\-S\beta & 0 & C\beta & 0\\0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \times$$
$$\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\0 & 1 & 0 & 0\\0 & 0 & 1 & r\\0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}C\alpha C\beta & -S\alpha & C\alpha S\beta & rC\alpha S\beta\\S\alpha C\beta & C\alpha & S\alpha S\beta & rS\alpha S\beta\\-S\theta & 0 & C\beta & rC\beta\\0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \tag{3.14}$$

Жоғарыда айтылғандай, бізді негізгі координаталар жүйесіне қатысты ұстағыштың позиция векторы қызықтырады ${}^0T_6$, сондықтан манипулятор матрицасы, онда позиция векторы сфералық координаттарда, ал айналу қосалқы матрицасы Эйлер бұрыштары арқылы жазылады немесе [n, s, a] векторлары келесі өрнекпен беріледі:

$$
{}^{0}T_6 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & rC\alpha S\beta \\ 0 & 1 & 0 & rS\alpha S\beta \\ 0 & 0 & 1 & rC\beta \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} & & & 0 \\ & {}^{0}R_6 & & 0 \\ & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \tag{3.15}
$$

сонда, $p_x = rC\alpha S\beta, p_y = rS\alpha S\beta, p_z = rC\beta$.

Назар аударсақ, манипулятор ұстағышының орны мен бағытын бірнеше жолмен сипаттауға болады (әр түрлі координаталар жүйесінде). Орналасу векторын декарттық $(p_x, p_y, p_z{}^T)$, цилиндрлік $(rC\alpha S\beta, rS\alpha S\beta, rC\beta)^T$немесе сфералық $(rC\alpha S\beta, rS\alpha S\beta, rC\beta)^T$ координаттар жүйесінде көрсетуге болады. Базалық координаталар жүйесіне қатысты ұстағыштың бағдарын сипаттау үшін декарттық координаталар [n, s, a], Эйлер бұрыштары φ, θ, ψ немесе орамдық, қадамдық және иілу бұрыштарын қолдануға болады. Бұл 1.1-кестеде көрсетілген [13].

3.1 Кесте - Позиция мен бағдарды сипаттаудың әртүрлі тәсілдері

Позиция	Бағдарлау
Декарттық координаттарда $(p_x, p_y, p_z)^T$	Декарттық координаттарда [n,s,α]
Цилиндрлік координаттарда $(rC\alpha, rS\alpha, d)^T$	Эйлер бұрыштары (φ, θ, ψ)
Сфералық координаттарда $(rC\alpha S\beta, rS\alpha S\beta, rC\beta)^T$	Доғал, қадам, иілу

$$
T_{\text{позиция}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p_x \\ 0 & 1 & 0 & p_y \\ 0 & 0 & 1 & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, T_{\text{бұрылыс}} = \begin{bmatrix} & & & 0 \\ [n,s,a] & или & R_{\varphi,\theta,\psi} & 0 \\ & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \tag{3.16}
$$

${}^{0}T = T_{\text{позиция}} \times \mathrm{T}_{\text{бұрылыс}}$

ҚОРЫТЫНДЫ

Бұл дипломдық жұмыста MatLab, SimMultibody ортасын қолданып, үш айналу қимыл дәрежесі бар манипуляторлы роботтың Деневит-Хартенберг әдісі бойынша матрицасы, манипулятордың кинематикасы, математикалық моделы және үш айналу қимыл дәрежесі бар манипуляторлы роботтың қозғалуы визуалды модельделінді.

Бірінші бөлімде, манипуляторлы роботтардың өнеркәсіпте пайдаланылуы және кинематиканың оған тікелей байланысы айтылды. Манипулятордың түйіспелері абсолютті анықтамалық жүйеге қатысты айналуы және қозғалуы мүмкін болғандықтан, әрбір буын үшін осьтері қосылыстар осіне параллель болатын координаталар жүйесі көрсетіледі. Кинематиканың тікелей міндеті абсолютті және байланысқан координаталар жүйелері арасындағы байланысты орнататын түрлендіру матрицасын анықтау.

Екінші бөлімде, үш айналу қимыл дәрежесі бар манипуляторлы роботтың қозғалуын визуалды модельдеу және математикалық жазу қарастырылды. Ең алдымен манипуляторға кинематикалық параметрлер берілді және сол параметрлерді пайдалана отырып матрицалар алынды. Алынған матрицаларды бір-біріне көбейтіп, кинематикасы табылды. Шыққан мәндерді пайдалана отырып, MatLab қолданып үш айналу қимыл дәрежесі бар манипуляторлы роботтың қозғалуы визуальды модельделінді және математикалық мәні табылды.

Үшінші бөлімде, Деневит пен Хартенберг көрінісі сипатталды. Көршілес буындар арасындағы айналмалы және трансляциялық байланыстарды сипаттау үшін Денавит пен Хартенберг кинематикалық тізбектің әрбір буынымен байланысты координаталық жүйелерді тұрғызу үшін матрицалық әдісі ұсынылады.

Бұл құрылғының техникалық міндеті адам өмірін өндіріс процесінде кететін қателіктерден, шикізаттың жоғалуы және жазатайым жайттардың санын азайту мен кәсіпорынның технологиялық икемділігін және өнімділігін арттыру, еңбек жағдайлары мен қызметкерлердің қауіпсіздігін жақсарту болып табылады. Құрылғы осы жайттардың барлығын автоматты түрде адам көмегін қажет етпей өзі орындайды. Болашақта бұл құрылғының жұмыс істеу кеңістігін арттыруға және өнеркәсіптің әртүрлі салаларында қолдануға болады, бұл адам үшін де өте тиімді.

ПАЙДАЛАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМІ

1 Bernard Strigler Automatic Society:The Future of Work, Volum 1, 2016

2 А.Р.Колганов,С.К.Лебесов,Кинематика и динамика электромехатронных систем в робототехнике: 2021.-352 с.

3 Jadran Lenarcic, Oussama Khatib Advanced in Robot Kinematics:2014

4 Vigen Arakelin, Sebastien Briot: Balansing of Linkages and Robot Manipulators: 2015.

5 О.И.Борисов,В.С.Громов,А.А.Пыркин Методы управления робототехническими приложениями: учеб.пособие Санкт-Петербург, 2016-108 с.

6 В.П.Умнов Построение и моделирование манипуляционных исполнительных систем многофункциональных робототизированных технологических центров: учеб.пособие, 2016.-120 с.

7 К.Фу,Р.Гонсалес, К.Ли Робототехника: Пер. с англ. -М.:Мир – 1989. - 624 с.

8 Frank Lewis, Darren M, Chaoki T Robot Manipulator Control: 2003.-638 p.

9 Dan Zhang, Bim Wei Advanced Mechatronics and MEMS Devices II: 2016.-194 p.

10 Қ.Ж.Тлеубердин Қолданбалы механика: Оқу құралы.2 басылым. Семей, 2012-192 б.

11 М.Шахинпур Курс робототехники:Пер.с англ.- М.:Мир,1990.- 527 с.

12 А.Г.Лесков,И.В.Бажинова,Е.В.Селиверстова Кинематика и динамика исполнительных механизмов манипуляционных роботов: учеб.пособие, 2017

13 С.А.Колюбин Динамика робототехнических систем: учеб.пособие, 2017.-117с.

14 А.А.Иванов Основы Робототехники: учеб.пособие, 2019.-224 с.

15 Etienne Dombre, Wisama Khalil Robot Manipulators: Modeling, Performance Analisis and Control: 2013.-398 p.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН
СӘТБАЕВ УНИВЕРСИТЕТІ

ҒЫЛЫМИ ЖЕТЕКШІНІҢ

ПІКІРІ

диплом жұмысына
(жұмыс түрінің аталуы)
Алпысбайкызы Жанерке
(білім алушының аты жөні)
5В070200 – «Автоматтандыру және басқару»
(мамандықтың аталуы және шифрі)

MatLab қолданып үш айналу кимыл дәрежесі бар манипуляторлы роботтың қозғалуын визуалды модельдеу және математикалық жазу тақырыбына орындалған

Дипломдық жұмыста MatLab қолданып үш айналу кимыл дәрежесі бар манипуляторлы роботтың қозғалуын визуалды модельдеу және математикалық жазулары жасалынған.

Манипуляторлы роботтардың кинематикасы Денавит-Хартенберг көрінісі арқылы қолданып жасалынған. Төрт қимыл дәрежесі бар манипуляторлы роботтың әрі бір қимыл дәрежеге сәйкес координат жүйелері қосылып, жазу матрицасы құрастырылған. Ары қарай табылған матрицалар нәтижесінде манипуляторлы роботтың кинмеатика матрицасы құрастырылады. MATLAB Sim Multibody ортасында модельдеу есебі қарастырылады. Әрі бір қимыл дәрежесінің параметрлеріне сәйкес модельдеу схемасы құрастырылған. Осының нәтижесінде манипуляторлы роботтың визуалды модельдеу өткізілген. Манипуляторлы роботтың тура және кері кинематика есептері шығарылады.

Дипломдық жұмысын орындау кезінде Алпысбайкызы Жанерке өзін жақсы жағынан көрсетті. Берілген тапсырмаларды уақытында орындап, тәртіпті, білікті студент екенін дәлелдеді. Жалпы өзінің теориялық және практикалық жағынан дайындығын көрсетті. Жақсы инженерлік деңгейде жұмыс істей алатындығын дәлелдеді.

Диплом жұмысы барлық талаптарына сәйкес келеді. Диплом жұмысы 5В070200 – Автоматтандыру және басқару мамандығы бойынша құрылған Мемлекеттік аттестаттау комиссиясында қорғауын ұсынамын.

Ғылыми жетекші
АжБ кафедрасының қауымдастырылған профессоры, т.ғ.к., доцент
(қызметі, ғыл. дәрежесі, атауы)

Бейсембаев А.А.
(қолы)
«05» 05 2022 ж.

Ғылыми жетекшінің пікірі 706-16 КазҮТЗУ Ү.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН
СӘТБАЕВ УНИВЕРСИТЕТІ

Алпысбайкызы Жанерке
(білім алушының аты жөні)

диплом жұмысына
(жұмыс түрінің аталуы)

СЫН-ПІКІР

5В070200 – «Автоматтандыру және басқару»
(мамандықтың аталуы және шифрі)

MatLab қолданып үш айналу кимыл дәрежесі бар манипуляторлы роботтың қозғалуын визуалды модельдеу және математикалық жазу тақырыбына орындалған

Выполнено:
а) графикалық бөлімі 20 бетте
б) түсініктеме жазбасы 52 бетте
жасалынған

ЖҰМЫС ТУРАЛЫ ЕСКЕРТУЛЕР

Дипломдық жұмыста MatLab қолданып үш айналу кимыл дәрежесі бар манипуляторлы роботтың қозғалуын визуалды модельдеу және математикалық жазулары жасалынған.

Манипуляторлы роботтардың кинематикасы Денавит-Хартенберг көрінісі арқылы қолданып жасалынған. Төрт қимыл дәрежесі бар манипуляторлы роботтың әрі бір қимыл дәрежеге сәйкес координат жүйелері қосылып, жазу матрицасы құрастырылған. Ары қарай табылған матрицалар нәтижесінде манипуляторлы роботтың кинмеатика матрицасы құрастырылады. MATLAB Sim Multibody ортасында модельдеу есебі қарастырылады. Әрі бір қимыл дәрежесінің параметрлеріне сәйкес модельдеу схемасы құрастырылған. Осының нәтижесінде манипуляторлы роботтың визуалды модельдеу өткізілген. Манипуляторлы роботтың тура және кері кинематика есептері шығарылады.

Дипломдық жұмысына келесі ескертулер бар:

- модельдеу кезінде манипуляторлы роботтың динамикасы ескертілмеген;
- манипуляторлы роботтың буын параметрлері өзгергенде модельдеу схемасы қалай өзгертілгені көрсетілмеген.

Айтылған ескертулерге қарамай, диплом жұмысы жоғары деңгейде жасалып, практика жағынан жақсы нәтижелер табылды.

Диплом жұмысы 5В070200 – Автоматтандыру және басқару мамандығы бойынша барлық талаптарына сәйкес келеді. Жалпы 95%, А (өте жақсы) бағасына бағаланып, ал авторы 5В070200 – Автоматтандыру және басқару мамандығы бойынша бакалавр лауазымына лайық деп есептеймін.

Сын-пікір беруші
Ғ. Даукеев атындағы АЭжБУ АжБ кафедрасының доценті, PhD
(қызметі, ғыл. дәрежесі, атауы)

Бәзил Г.
(қолы)

«06» 05 2022 ж.

Ф КазНИТУ 706-17. Рецензия

Протокол

о проверке на наличие неавторизованных заимствований (плагиата)

Автор: Алпысбайқызы Ж

Соавтор (если имеется):

Тип работы: Дипломная работа

Название работы: MatLab қолданып үш айналу қимыл дәрежесі бар манипуляторлы роботтын қозғалуын визуалды модельдеу және математикалық жазу

Научный руководитель: Ахамбай Бейсембаев

Коэффициент Подобия 1: 0

Коэффициент Подобия 2: 0

Микропробелы: 0

Знаки из здругих алфавитов: 24

Интервалы: 0

Белые Знаки: 0

После проверки Отчета Подобия было сделано следующее заключение:

☑ Заимствования, выявленные в работе, является законным и не является плагиатом. Уровень подобия не превышает допустимого предела. Таким образом работа независима и принимается.

☐ Заимствование не является плагиатом, но превышено пороговое значение уровня подобия. Таким образом работа возвращается на доработку.

☐ Выявлены заимствования и плагиат или преднамеренные текстовые искажения (манипуляции), как предполагаемые попытки укрытия плагиата, которые делают работу противоречащей требованиям приложения 5 приказа 595 МОН РК, закону об авторских и смежных правах РК, а также кодексу этики и процедурам. Таким образом работа не принимается.

☐ Обоснование:

Дата

10.05.2022 ж

проверяющий эксперт

Протокол

о проверке на наличие неавторизованных заимствований (плагиата)

Автор: Алпысбайқызы Ж

Соавтор (если имеется):

Тип работы: Дипломная работа

Название работы: MatLab қолданып үш айналу қимыл дәрежесі бар манипуляторлы роботтын қозғалуын визуалды модельдеу және математикалық жазу

Научный руководитель: Ахамбай Бейсембаев

Коэффициент Подобия 1: 0

Коэффициент Подобия 2: 0

Микропробелы: 0

Знаки из здругих алфавитов: 24

Интервалы: 0

Белые Знаки: 0

После проверки Отчета Подобия было сделано следующее заключение:

☐ Заимствования, выявленные в работе, является законным и не является плагиатом. Уровень подобия не превышает допустимого предела. Таким образом работа независима и принимается.

☐ Заимствование не является плагиатом, но превышено пороговое значение уровня подобия. Таким образом работа возвращается на доработку.

☐ Выявлены заимствования и плагиат или преднамеренные текстовые искажения (манипуляции), как предполагаемые попытки укрытия плагиата, которые делают работу противоречащей требованиям приложения 5 приказа 595 МОН РК, закону об авторских и смежных правах РК, а также кодексу этики и процедурам. Таким образом работа не принимается.

☐ Обоснование:

Дата 11.05.2022 ж. *Заведующий кафедрой*